

2019

2020

Mpsi 2 Charlemagne

Vendredi 6 décembre

Info0

## PETITES QUESTIONS

♥ 0 ♥ Avec Python, l'expression  $2+25\%3*2**4$  donne 18 (à cause des ordres de priorité). Que donnera  $12-35\%2**3*5$  ? 2 pt.

♥ 1 ♥ Un gouvernement ouvre un appel d'offre pour qu'un réseau d'ordinateurs surveille les citoyens chinois. Vous vous rendez compte que la création de la fiche SQL de chaque individu avec tous les renseignements prend un dixième de seconde sur votre système informatique. Vous répondez à l'appel d'offre ou vous vous dites que ce n'est pas une offre pour vous (tout point de vue éthique mis à part évidemment, mais vous êtes juste l'ingénieur de votre société, le boss est un H.E.C.) ? 1 pt.

♥ 2 ♥ Dans une boucle impérative **for** ou conditionnelle **while**, l'instruction **break** fait sortir définitivement de la boucle et continuer plus loin, l'instruction **continue** fait oublier la suite de la boucle momentanément et remonter tout en haut au terme suivant de l'itération **for** ou du **while**.  
Que vont donner 5 pt.

<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...u += 1 ...if u == 5 : .....break ...continue ...print('Coucou') print('Fini')</pre>	<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...u += 1 ...if u == 5 : .....continue ...break ...print('Coucou') print('Fini')</pre>	<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...u += 1 ...if u == 5 : .....continue ...print('Coucou') print('Fini')</pre>	<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...if u == 5 : .....continue ...print('Coucou') ...u += 1 print('Fini')</pre>
---	---	--	--

♥ 3 ♥ Justifiez :  $(1010101010)^2 = 1110001100011100100$ . Si si, car on travaille en base 2. 3 pt.

♥ 4 ♥ Lesquels de ces scripts vont donner une boucle folle qui ne se termine pas (*A est un entier*) ? (justifiez) 2 pt.

<pre>i = A+1 while i &lt; A : ...i = i-1</pre>	<pre>i = A+1 while i &lt; A : ...i = i+1</pre>	<pre>i = A-1 while i &lt; A : ...i = i-1</pre>	<pre>i = A-1 while i &lt; A : ...i = i+1</pre>
--	--	--	--

## ARITHMETIQUE

♠ Le théorème de Wolstenholme dit : si  $p$  est premier (au moins égal à 5), alors le numérateur de  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{p-1}$  est un multiple de  $p^2$ .

Exemple :  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10} = \frac{7381}{2520} = \frac{11^2 \cdot 61}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}$  et  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{22} = \frac{19093197}{5173168} = \frac{3 \cdot 23^2 \cdot 53 \cdot 227}{2^4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19}$

Il ne s'agit pas ici de le prouver, mais de le vérifier avec Python pour les cent premiers nombres premiers (autres que 2 et 3). A vous de tout créer.

## BASES DE DONNEES

Ça y est, j'ai complété la base de données sur les élections aux États Unis, avec les résultats de la précédente élection. On dispose donc de trois tables :

States					
Nom	SubName	Code	Date_Entree	Superficie	Capitale
Kentucky	Bluegrass State	KY	01/06/1792	104 749	Frankfort

(on considèrera que même si Washington DC n'est pas un Etat, il fait partie de cette table).

Elec2012 : élection de 2012

(Obama (DEMOCRATES), Romney (REPUBLICAINS), Johnson (LIBERTARIENS), Stein (VERTS) et quelques autres (ex : PARTI DE LA PROHIBITION présent dans 3 états) non comptabilisés dans la table.

Elec2012								
Code	Scrutin	GE	Population	Votants	Demo	Repu	Libe	Vert
CA	Dem	55	37 253 956	13 038 547	7 854 285	4 839 958	143 221	85 638
OH	Dem	18	11 536 504	5 580 847	2 827 709	2 661 437	49 493	18 573

(GE c'est pour le nombre de Grands Électeurs, ne me remerciez pas, ça allègera les écritures par rapport au T.D.)

Elec2016 : élection de 2016

(Clinton (DÉMOCRATES), Trump (RÉPUBLICAINS), Johnson (LIBERTARIENS), Stein (VERTS), McMullin (INDÉPENDANTS) et quelques autres (ex : PARTI DE LA MARIJUANA LÉGALE MAINTENANT dans deux états))

Elec2016									
Code	Scrutin	GE	Population	Votants	Demo	Repu	Libe	Vert	Inde
CA	Dem	55	39 557 045	14 181 595	8 753 788	4 483 810	478 500	278 657	39 596
OH	Rep	18	11 689 442	5 496 487	2 394 164	2 841 005	174 498	46 271	12 574
<b>-1-</b>	Donnez la superficie moyenne (« average » in english, as you know) des états des États Unis.								<b>1 pt</b>
<b>-2-</b>	Donnez la liste des états dont la superficie est plus grande que la superficie moyenne.								<b>1 pt</b>
<b>-3-</b>	Donnez la liste des noms des états où le nombre de grands électeurs a augmenté ou diminué de 2012 à 2016 (avec indication dudit différentiel).								<b>2 pt</b>
<b>-4-</b>	Donnez le score des DÉMOCRATES en 2016 (nombre de voix, puis pourcentage des votants).								<b>1 pt</b>
<b>-5-</b>	Indiquez la liste des noms des états où les « petites listes » (celles non comptabilisées dans la table) représentent plus de cinq pour cent des voix en 2012.								<b>1 pt</b>
<b>-6-</b>	Donnez la liste des dix états où les VERTS ont réalisé leur meilleur score (en pourcentage des voix) en 2012.								<b>2 pt</b>
<b>-7-</b>	Donnez la superficie totale que représentent les états à majorité RÉPUBLICAINE en 2016.								<b>1 pt</b>
<b>-8-</b>	Donnez la liste des noms des états qui auraient basculé DÉMOCRATES en 2012 si toutes les voix des VERTS s'étaient reportées sur eux alors que celles des LIBERTARIENS se reportaient sur les RÉPUBLICAINS (oui, c'est idiot).								<b>1 pt</b>
<b>-9-</b>	De 2012 à 2016, quelques états sont passés de DÉMOCRATES à RÉPUBLICAINS, ça représente combien d'habitants ?								<b>1 pt</b>
<b>-10-</b>	Donnez la liste des noms des états où le vote RÉPUBLICAIN a progressé non seulement en nombre de voix, mais aussi en pourcentage.								<b>2 pt</b>
<b>-11-</b>	Donnez la liste des noms des états dont la population en 2012 est supérieure ou égale au nombre total d'électeurs des LIBERTARIENS de l'élection de 2012 (on va tous les loger au même endroit ?).								<b>1 pt</b>
<b>-12-</b>	Le ratio « nombre de votants par grand électeur » n'est pas le même partout ; donnez les dix ratio les plus élevés, avec nom de l'état et résultat du scrutin (en 2016).								<b>1 pt</b>
<b>-13-</b>	Le ratio « nombre de votants RÉPUBLICAINS par grand électeur RÉPUBLICAIN élu au congrès » n'est pas le même partout ; donnez les dix ratio les plus élevés, avec nom de l'état (en 2016).								<b>1 pt</b>
<b>-14-</b>	Calculez la différence entre « nombre d'électeurs ayant voté RÉPUBLICAIN dans un état où les Grands Électeurs sont finalement DÉMOCRATES » et « nombre d'électeurs ayant voté DÉMOCRATE dans un état où les Grands Electeurs sont finalement RÉPUBLICAINS », en 2016.								<b>1 pt</b>
<b>-15-</b>	Si seuls les états ayant plus de cinq millions d'habitants (ça en fait une bonne vingtaine et je découvre que l'Alaska est plus peuplé que le Wyoming !) envoyaient des grands électeurs au congrès, que serait le résultat des élections 2016 ?								<b>1 pt</b>
<b>-16-</b>	Quel pourcentage des trente premiers états entrés dans l'Union (du Delaware au Wisconsin) a voté majoritairement DÉMOCRATE en 2012 ?								<b>1 pt</b>
<b>-17-</b>	De 2012 à 2016, quels sont les noms des dix premiers états où la population a le plus augmenté (en pourcentage).								<b>1 pt</b>

Comment vous devez présenter vos requêtes pour la lisibilité ?

```
SELECT Scrutin, sum(GE)
FROM States JOIN Elec2012 ON States.Code = Elec2012.Code
GROUP BY scrutin
```

Pour information, la réponse est

Dem, 332
Rep, 206

et pour Elec2016

Dem, 227
Rep, 304

2019  
2020

Mpsi 2 Charlemagne  
Vendredi 6 décembre  
Correction

Info0

2019  
2020 Wolstenholme

Info0

On doit créer la liste des cent deux premiers nombres premiers.

Pour chacun, on doit calculer la série harmonique.

Extraire le numérateur.

Vérifier si il est divisible par le carré du nombre premier.

Un test bourrin pour savoir si un nombre est premier, On crée la liste des nombres premiers.

on teste si il a des diviseurs.

```
def IsPrime(n) :  
    ...for k in range(2, n) :  
        .....if %k == 0 :  
            .....return(False)  
    ...return(True)
```

```
n = 5  
while len P < 100 :  
    ....if IsPrime(n) :  
        .....P.append(n)  
    ....n += 2
```

on pourrait arrêter le range à  $\text{int}(\sqrt{n})+1$

Mais autant ne tester que la divisibilité de  $n$  par les nombres premiers précédents.

Pour savoir si 29 est premier, on teste juste 2, 3, 5, 7, 11, 19 et 23.

Retenez cet algorithme.

.  
. .  
. .  
. .  
. .

Il est en effet inutile de tester les nombres pairs, alors avançons de deux en deux.

```
P, n = [2, 3], 5  
while len(P) < 102 :  
    ....nPremier = True  
    ....for p in P :  
        .....if n%p == 0 :  
            .....nPremier = False  
    ....if nPremier :  
        .....L.append(n)  
    ....n += 2
```

A partir de cette liste de nombres premiers, on va calculer la série harmonique arrêtée au rang  $p-1$ .

Une fausse piste.

```
def Harmonique(n) :  
    ....S = 0  
    ....for k in range(1, n+1) :  
        .....S += 1/k  
    ....return(S)
```

Certes, on a commencé  $k$  à 1, on n'est pas idiot.

Mais tout a été calculé en flottant (nombre à virgule)

!

.

Et maintenant le programme complet :

```
for p in P :  
    ....if NumerateurHarmonique(p-1)%(p*p) !=  
    0 :  
        .....print('Wolstenholme a tort pour p  
        =' + str(p))  
    print('Fini')
```

Comment déterminer le numérateur rationnel ?

```
def NumerateurHarmonique(n) :  
    ....Numer, Denom = 0, 1  
    ....for k in range(1, n+1) :  
        .....Numer = k*Numer+Denom  
        .....Denom = k*Denom  
    ....return(Numer)
```

On ne donne que le numérateur, lui seul va nous intéresser.

On a écrit  $\frac{Numer}{Denom} + \frac{1}{k} = \frac{k.Numer + Denom}{k.Denom}$ .

C'est intéressant, mais un peu lourd.

En effet, à chaque fois on recalcule la somme de la série harmonique, alors qu'on avait déjà calculé la somme précédente.

.  
. .  
. .

Par exemple, quand  $p$  vaut 31, on calcule  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{28} + \frac{1}{29} + \frac{1}{30}$  en additionnant 30 termes alors qu'on a déjà calculé  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{28} + \frac{1}{29} + \frac{1}{30}$  et qu'il suffit d'ajouter  $\frac{1}{29} + \frac{1}{30}$ .

On va donc plutôt accumuler la série harmonique, sous forme Numer, Denom :

```
PasWolst = [ ]
Numer, Denom = 0, 1
k = 1
for p in P :
...while k < p :
.....Numer = k*Numer+Denom
.....Denom = k*Denom
.....k += 1
...if Numer % (p*p) != 0 :
.....PasWolst.append(p)
if PasWolst == [ ] :
...print('Wolstenholme avait raison.')
else :
...print('Wolstenholme a tort!')
...print('Des contre-exemples', NonWolst)
```

Il subsiste encore un problème.

On a calculé par la formule cumulative

$$\frac{Numer}{Denom} + \frac{1}{k} = \frac{k.Numer + Denom}{k.Denom}$$

Mais ces fractions sont réductibles.

Par exemple pour  $p = 29$ , on obtient

$$H_{28} = \frac{1197348677077520393310044160000}{304888344611713860501504000000}$$

alors qu'en fait  $H_{28} = \frac{315404588903}{80313433200}$ .

C'est pareil. Mais que penser du test  $29^2$  divise  $315404588903$  face à

$29^2$  divise  $1197348677077520393310044160000$  ?

L'un implique l'autre ?

Sont ils équivalents ?

Si on réfléchit, c'est le cas.

En effet,  $\frac{315404588903}{80313433200}$  a été obtenue en simplifiant peu à peu  $\frac{1197348677077520393310044160000}{304888344611713860501504000000}$ .

Se peut il que le numérateur ait perdu un facteur 29? Il aurait fallu qu'il se simplifie entre numérateur et dénominateur.

Mais jamais le dénominateur de  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{28}$  n'a pu contenir le moindre 29 puisque 29 est premier.

Et c'est pareil pour tout entier  $p$ .

Néanmoins, pour simplifier les calculs, il faudrait un simplificateur de fraction à faire agir à chaque fois. Et celui ci nécessite un calcul de p.g.c.d. :

On crée un classique, par exemple en récursif :

```
def pgcd(a,b) :
...if b == 0 :
.....return(a)
...return(pgcd(b,a%b))
```

et on remplace

```
while k < p :
...Numer = k*Numer+Denom
...Denom = k*Denom
...k += 1
```

par

```
while k < p :
...Numer = k*Numer+Denom
...Denom = k*Denom
...Commun = pgcd(Numer, Denom)
...if Commun > 1 :
.....Numer = Numer/Commun
.....Denom = Denom/Commun
...k += 1
```

**2019** **2020** **Petites questions.** **Info0**

$2+25\%3*2**4$  peut se lire  $2+(25\%3)*(2**4)$  ou  $2+25\%(3*(2**4))$  ou  $2+25\%((3*2)**4)$  ou  $2+((25\%3)*2)**4$   
On ne garde que celle qui donne 18 :  $2+(25\%3)*(2**4)=2+(1)*(16)=2+16=18$

On a donc la liste des priorité : puissance avant 

puissance	modulo	multiplication/division	addition/soustraction
-----------	--------	-------------------------	-----------------------

  
On effectue donc  $12-35\%2**3*5 = 12-((35\%)(2**3))*5 = 12-(35\%8)*5 = 12-3*5 = 12-15 = -3$

On peut repasser par la base 10 si on y tient :  
1010101010 n'est autre que 682.  
Son carré est 465124. Et on le reconvertit en base 2 : 1110001100011100100.  
Mais ça fait bluff.

Qui est le nombre 1010101010 avec ses 5 chiffres 1 ?  
C'est  $2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^9$ .  
On le multiplie par lui même :  $(2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^9).(2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^9)$ .  
On regroupe les puissances de 2 de même exposant :  
 $2^{18} + 2.2^{16} + 3.2^{14} + 4.2^{12} + 5.2^{10} + 4.2^8 + 3.2^6 + 2.2^4 + 2^2$

On convertit en puissances de 2 :

$$2^{18} + 2^{17} + 3 \cdot 2^{14} + 2^{14} + 5 \cdot 2^{10} + 2^{10} + 3 \cdot 2^6 + 2^5 + 2^2$$

On pousse même un peu plus loin :

$$2^{18} + 2^{17} + (2 + 1) \cdot 2^{14} + 2^{14} + (4 + 1) \cdot 2^{10} + 2^{10} + (2 + 1) \cdot 2^6 + 2^5 + 2^2$$

On ordonne un peu :

$$2^{18} + 2^{17} + 2^{15} + 2^{14} + 2^{14} + 2^{12} + 2^{10} + 2^{10} + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2$$

On regroupe par exemple :  $2^{10} + 2^{10} = 2^{11}$  et  $2^{14} + 2^{14} = 2^{15}$  et ensuite  $2^{15} + 2^{15} = 2^{16}$  :

$$2^{18} + 2^{17} + 2^{16} + 2^{12} + 2^{11} + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2$$

On remplit les cases avec les exposants gardés :

18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
*	*	*				*	*				*	*	*			*		

C'est bien 111 000 11 000 000 00 1 00.

On pouvait aussi poser la multiplication, mais avec que des 0 des 1 et des retenues.

<pre>i = A+1 while i &lt; A : ...i = i-1 On ne passe même pas dans la boucle, i n'est jamais plus petit que A.</pre>	<pre>a = A+1 while i &lt; A : ...i = i+1 De même, on traverse tout de suite.</pre>	<pre>i = A-1 while i &lt; A : ...i = i-1 On va descendre sans ar- rêt et ne sortira jamais.</pre>	<pre>i = A-1 while i &lt; A : ...i = i+1 Dès le premier passage dans la boucle (et il a lieu), on sort.</pre>
--	--	---	---

Il y a environ 1,4 milliards d'habitants en Chine.

Et  $60 \times 60 \times 24$  dixièmes de secondes dans une heure. Rien que pour saisir toutes les fiches, il vous faudra à peu près 1500 jours.

Le contrat n'est pas pour vous. Vous ne serez efficace que dans cinq ans !

Il faut savoir manipuler les ordres de grandeur. Pas seulement en physique.

<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...u += 1 ...if u == 5 : .....break ...continue ...print('Coucou') print('Fini')</pre> <p>0 1 2 3 4 Fini On n'écrit jamais 'Coucou' puisque le continue intervient avant.</p>	<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...u += 1 ...if u == 5 : .....continue ...break ...print('Coucou')</pre> <p>0 Fini Dès le premier coup, on arrive sur le break.</p>	<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...u += 1 ...if u == 5 : .....continue ...print('Coucou')</pre> <p>0 Coucou 1 Coucou 2 Coucou 3 Coucou 4 Coucou 5 Coucou 6 Coucou 7 Coucou 8 Coucou 9 Coucou Fini</p>	<pre>u = 0 while u &lt; 10 : ...print(u) ...if u == 5 : .....continue ...print('Coucou')</pre> <p>0 Coucou 1 Coucou 2 Coucou 3 Coucou 4 Coucou 5 5 5 5 et c'est foutu, on affiche des 5 sans arrêt car on ne passera jamais sur l'incréméntation i+=1</p> <p>Surtout, ne le lancez pas !</p>
--	--	--	--

-1-	<p>Donnez la superficie moyenne (« <i>average</i> » <i>in english, as you know</i>) des états des États Unis.</p> <pre>SELECT AVG(Superficie) FROM States</pre>
-2-	<p>Donnez la liste des états dont la superficie est plus grande que la superficie moyenne, triés par population décroissante.</p> <pre>SELECT Nom FROM States WHERE Superficie &gt; (SELECT AVG(Superficie) FROM States) ORDER BY Population DESC</pre>
-3-	<p>Donnez la liste des noms des états où le nombre de grands électeurs a augmenté ou diminué de 2012 à 2016 (<i>avec indication dudit différentiel</i>).</p> <p>Il faut une jointure car les informations proviennent de trois tables différentes. Et il faut une condition de jointure pour ne regrouper la fiche Arizona, de States AZ, Grand Canyon State... qu'avec le fiche AZ, d'Elec2012 et non pas avec les cinquante fiches, concernant Dem, 1025232, 1233654... tous les états.</p> <pre>SELECT Nom, Elec2016.GE-Elec2012.GE AS Differ FROM Elec2012 JOIN Elec2016 JOIN States ON States.Code = Elec2012.Code AND States.Code=Elec2016.Code WHERE Differ &lt;&gt; 0</pre> <p>On a calculé la différence Elec2016.GE-Elec2012.GE et donné un nom à cette différence (un ALIAS), pour pouvoir faire porter la conditin sur cet ALIAS. On n'a pas besoin de préciser SELECT Nom, Elec2016.GE-Elec2012.GE car seule la table States a un champ appelé Nom.</p>
-4-	<p>Donnez le score des DÉMOCRATES en 2016 (<i>nombre de voix, puis pourcentage des votants</i>).</p> <pre>SELECT Sum(Demo) FROM Elec2012</pre> <p>proportion :</p> <pre>SELECT 100*Sum(Demo)/SUM(Votants) FROM Elec2012</pre>
-5-	<p>Indiquez la liste des noms des états où les « petites listes » (<i>celles non comptabilisées dans la table</i>) représentent plus de cinq pour cent des voix.</p> <p>Là encore, il faut une jointure car Nom ne se lit que sur la table States alors que la condition se lit dans la table Elec2012..</p> <pre>SELECT Nom FROM States JOIN Elec2012 ON States.Code = Elec2012.Code WHERE (Demo+Repu+Vert+Libe) &lt; Votants*0.95</pre> <p>(si les petites ont plus de cinq pour cent, c'est que la somme des autres est sous les quatre vingt quinze pour cent). On pourrait utiliser un FROM States NATURAL JOIN Elec2012 car le seule champ ayant le même nom entre les deux tables est Code, et c'est bel et bien selon lui qu'on veut identifier.</p>
-6-	<p>Donnez la liste des dix états où les VERTS ont réalisé leur meilleur score (<i>en pourcentage des voix</i>) en 2012.</p> <pre>SELECT Nom FROM States JOIN Elec2012 ON States.Code = Elec2012.Code ORDER BY Votants/Vert LIMIT 10</pre> <p>ORDER BY trie en ordre croissant, et justement, plus <math>\frac{Votants}{Vert}</math> est petit, plus Vert est « grand ». On se méfiera d'ailleurs de Vert/Votants qui donne 0 si la division est euclidienne...</p>

-7-	<p>Donnez la superficie totale que représentent les états à majorité RÉPUBLICAINE en 2016.</p> <pre>SELECT Sum(Superficie) FROM States JOIN Elec2016 ON States.Code = Elec2016.Code WHERE Scrutin = 'Rep'</pre> <p>Il faut joindre les tables, car Superficie ne se lit que sur la table States.</p>
-8-	<p>Donnez la liste des noms des états qui auraient basculé DÉMOCRATES en 2012 si toutes les voix des VERTS s'étaient reportées sur eux alors que celles des LIBERTARIENS se reportaient sur les RÉPUBLICAINS (<i>oui, c'est idiot</i>).</p> <pre>SELECT Nom FROM States JOIN Elec2012 ON States.Code = Elec2012.Code WHERE Scrutin = 'Rep'       AND Demo+Vert &gt; Repu+Libe</pre> <p>On doit mettre la condition double Scrutin = 'Rep'  AND Demo+Vert &gt;  Repu+Libe  et pas juste Demo+Vert &gt; Repu+Libe car on a bien dit « basculé RÉPUBLICAIN ».</p>
-9-	<p>De 2012 à 2016, quelques états sont passés de DÉMOCRATES à RÉPUBLICAINS, ça représente combien d'habitants ?</p> <pre>SELECT Nom FROM Elec2012 JOIN Elec2016 JOIN States ON States.Code=Elec2012.Code   AND States.Code=Elec2016.Code WHERE Elec2012.Scrutin='Dem'       AND Elec2016.Scrutin = 'Rep'</pre> <p>puis</p> <pre>SELECT Sum(Elec2016.Population) FROM Elec2012 JOIN Elec2016 ON Elec2016.Code=Elec2012.Code WHERE Elec2012.Scrutin='Dem'       AND Elec2016.Scrutin = 'Rep'</pre> <p>Ne pas proposer de fusionner SELECT Nom, Sum(Elec2016.Population), car SUM va tout tasser sur une seule réponse et donner juste le nom du dernier état croisé dans son étude.</p>
-10-	<p>Donnez la liste des noms des états où le vote RÉPUBLICAIN a progressé non seulement en nombre de voix, mais aussi en pourcentage.</p> <pre>SELECT Nom FROM Elec2012 JOIN Elec2016 JOIN States ON States.Code=Elec2012.Code   AND States.Code=Elec2016.Code WHERE Elec2012.Repu &lt; Elec2016.Repu       AND (Elec2012.Repu/Elec2012.Votants) &lt;           (Elec2016.Repu/Elec2016.Votants)</pre> <p>On pourra remplacer les comparaisons de taux <math>\frac{Elec2012.Repu}{Elec2012.Votants} &lt; \frac{Elec2016.Repu}{Elec2016.Votants}</math> par un produit en croix  <i>Elec2012.Repu * Elec2016.Votants &lt; Elec2016.Repu * Elec2012.Votants.</i></p>
-11-	<p>Donnez la liste des noms des états dont la population en 2012 est supérieure ou égale au nombre total d'électeurs des LIBERTARIENS de l'élection de 2012 (<i>on va tous les loger au même endroit ?</i>).</p> <pre>SELECT Nom FROM States JOIN Elec2012 ON States.Code=Elec2012.Code WHERE Population &gt; (SELECT SUM(Libe)                     FROM Elec2012)</pre>
-12-	<p>Le ratio « nombre de votants par grand électeur » n'est pas le même partout ; donnez les dix ratio les plus élevés, avec nom de l'état et résultat du scrutin (en 2016).</p> <pre>SELECT Nom, (Votants/GE) AS Ratio, Scrutin FROM States JOIN Elec2016 ON States.Code = Elec2016.Code ORDER BY Ratio LIMIT 10</pre>

