Lycee Charlemagne	MPSI2	Annee 2021/22

Lois / Relations

.	Quantification G est l'ensemble et $*$ est la loi. *Une loi est une opération, qui prend deux éléments a et b et en calcule un nouveau, qu'on note $a*b$ si $*$ est le nom de la loi.*
Interne	$\forall(a,\ b) \in G^2,\ a*b \in G$
Associative	$\forall(a,\ b,\ c) \in G^3,\ (a*b)*c = a*(b*c)$
Neutre	$\exists e \in G,\ \forall a \in G,\ a*e = e*a = a$ on prouve son unicité ne pas écrire $\forall a,\ \exists e,\ a*e = e*a = a$
Symétriques au pluriel	$\forall a \in G,\ \exists \alpha \in G,\ a*\alpha = \alpha*a = e$ là aussi, il y a unicité par $\alpha' * a * \alpha$
En option : Commutative	$\forall(a,\ b) \in G^2,\ a*b = b*a$

Si possible, on évitera de confondre la loi (opération, action) et le résultat.

addition $+$	*soustraction* $-$	*multiplication* $\times$	*division* $\div$	*composition* $\circ$
somme $a+b$	*différence* $a-b$	*produit* $a\times b$	*quotient* a/b	*composée* $f\circ g$

On ne confondra pas les lois (calcul) et les relations (affirmation / comparaison).

.	Une relation sur un ensemble est "formellement" une application de $E\times E$ dans $\{Vrai,\ Faux\}$. Pratiquement, on prend deux éléments a et b, et on dit si a est ou non en relation avec b ($a\Re b$).
Réflexive	Tout élément est en relation avec lui même $\forall a \in E,\ a\Re a$
Transitive	Les flèches se mettent bout à bout. $\forall(a,\ b,\ c) \in E^3,\ (a\Re b\ et\ b\Re c) \Rightarrow (a\Re c)$
Antisymétrique	Il ne peut pas y avoir de flèches dans les deux sens $\forall(a,\ b) \in E^2,\ (a\Re b\ et\ b\Re a) \Rightarrow (a = b)$ Ce n'est pas la négation de "symétrique".
Symétrique	Il y a une flèche à l'aller il y a une flèche au retour $\forall(a,\ b) \in E^2,\ (a\Re b) \Rightarrow (b\Re a)$
Ordre $\leqslant, \subset, \Rightarrow$	Relation réflexive, antisymétrique et transitive un ordre peut être total ($\forall(a,b),\ a \ll b\ ou\ b \ll a$) ou partiel ($\exists(a,b),\ a \not\ll b\ et\ b \not\ll a$)
Équivalence $=, \equiv, \Leftrightarrow$	Relation réflexive, symétrique et transitive la classe d'équivalence d'un élément a est l'ensemble des éléments en relation avec a : $Cl(a) = \{\alpha \in E \mid \alpha\Re a\}$