

Équivalence connue :

Un produit de facteurs réels est nul **si et seulement si** un des facteurs est nul.

Implication évidente : (mais c'est plutôt une explication)

Un produit de matrices est nul **si** une des matrices est nulle

$$p \Leftarrow q$$

(condition suffisante pour que le produit soit nul : une des matrices est nulle)

$$(A = 0_{2,2} \text{ ou } B = 0_{2,2}) \Rightarrow (A \cdot B = 0_{2,2})$$

Implication fautive :

Un produit de matrices est nul **seulement si** une des matrices est nulle

$$p \Rightarrow q \text{ mais non } p \Leftarrow q$$

Contre exemple : la condition « une des matrices est nulle n'est pas nécessaire » :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Implication correcte :

Un produit de matrices est nul **seulement si** une des matrices a pour déterminant 0.

$$p \Rightarrow d$$

$$\text{Implications } (A \cdot B = 0) \Rightarrow (\det(A \cdot B) = 0) \Leftrightarrow (\det(A) \cdot \det(B) = 0) \Leftrightarrow (\det(A) = 0 \text{ ou } \det(B) = 0)$$

Implication plus subtile :

Un produit de deux matrices 2×2 est nul **seulement si** (les deux matrices ont pour déterminant 0 ou une est nulle).

$$\text{Raisonnement par contraposée } (A \cdot B = 0_{2,2} \text{ et } \det(A) \neq 0) \Rightarrow (B = 0_{2,2})$$

Pensez que si $\det(A)$ est non nul, alors A^{-1} existe.

- Pour être admissible au concours Mines Ponts, il ne suffit d'avoir la barre générale (moyenne pondérée de toutes les notes), il faut aussi avoir la barre scientifique (moyenne des quatre notes de maths et physique). Quantifiez. Pleurez avec l'élève qui n'a qu'une des deux barres.
- « Pour être diplomate, il ne suffit pas d'être bête, il faut aussi être poli. » (citation attribuée je crois à Clemenceau).
- « Est-il indispensable d'être cultivé, alors qu'il suffit de fermer sa gueule pour briller en société. » (Pierre Desproges)
- « Il ne suffit pas d'être un grand homme; il faut encore l'être au bon moment. » (Georges Pompidou)
- « Si on veut gagner sa vie, il suffit de travailler. Si on veut devenir riche, il faut trouver autre chose. » (Alphonse Karr)

- « Il ne suffit pas d'être con, encore faut il être fier de l'être. » (François Cavanna)
- « Pour faire un blocus à Monaco, il suffit de deux panneaux de sens interdit. » (Charles de Gaulle)
- « Il ne suffit pas de réussir, il faut également jouir du plaisir de voir les autres échouer. » (Bernard Werber)
- « Pour avoir l'air intelligent, c'est pas compliqué; il suffit de penser à une connerie et de dire le contraire. » (Coluche)
- « Il ne suffit pas de refuser la légion d'honneur; encore faut il ne pas l'avoir méritée. » (Erik Satie)
- « Comment on devient millionnaire dans le business? C'est simple il suffit de commencer milliardaire. » (Richard Branson)
- « Il ne suffit pas de fuir, il faut encore fuir dans le bon sens. » (Charles-Ferdinand Ramuz)
- « Il ne suffit pas de faire le bien, il faut encore le faire bien. » (Denis Diderot)
- « Il ne suffit pas de manger du caviar pour être heureux, il faut encore le digérer. » (Francis Blanche)
- « Il ne suffit pas d'être inutile, encore faut il être odieux. » (Francis Blanche encore, qui fit d'ailleurs ses études à Charlemagne)
- « Tout le monde sait qu'en cas d'insomnie il suffit d'additionner mouton après mouton pour s'endormir. Mais combien de personnes savent que, pour rester éveillé, il suffit de soustraire les moutons? » (Groucho Marx)
- « Il suffit de chanter un chant de paix avec gesticulations et grimaces pour qu'il devienne un chant de guerre. » (Jean Giraudoux)

Formes équivalentes		
$p \Rightarrow q$	si tu continues, ça va mal finir	$A \subset B$
non(p) ou q	tu t'arrêtes ou ça va mal finir	$\overline{A \cup B} = \Omega$ $A \cap \overline{B} = \emptyset$
$non(q) \Rightarrow non(p)$	si tu veux que ça finisse bien, alors tu arrêtes!	$\overline{B} \subset \overline{A}$
Négation de $p \Rightarrow q$ (contre-exemple à $p \not\Rightarrow q$)		
p et non(q)	une fois tu as continué, et rien ne s'est passé...	$\exists x \in A, x \notin B$
Réciproque de $p \Rightarrow q$		
$q \Rightarrow p$		