

LYCEE CHARLEMAGNE  
Mercredi 16 octobre  
M.P.S.I.2



2024

2025

IS05

♥ 0 ♥ Montrez que si  $z$  est racine du polynôme  $P$  à coefficients réels, alors  $\bar{z}$  est aussi racine du polynôme  $P$ . 2 pt.

♥ 1 ♥ Donnez le polynôme unitaire non nul à coefficients complexes de plus petit degré admettant pour racines  $1 + i, 2 - i$  et  $4$ . 1 pt.

♥ 2 ♥ Donnez le polynôme unitaire non nul à coefficients réels de plus petit degré admettant pour racines  $1 + i, 2 - i$  et  $4$ . 2 pt.

♥ 3 ♥ En admettant  $\forall (a, b, c, d) \in (\mathbb{R}^{+*})^4, \sqrt[4]{a.b.c.d} \leq \frac{a+b+c+d}{4}$ ,  
montrez  $\forall (a, b, c, d) \in (\mathbb{R}^{+*})^4, \frac{4.a.b.c.d}{b.c.d + a.c.d + a.b.d + a.b.c} \leq \sqrt[4]{a.b.c.d}$ . 2 pt.

♥ 4 ♥ On pose  $r = \frac{2.\pi}{5}$ . Justifiez  $\forall t \in \mathbb{R}, \cos(t-2r) + \cos(t-r) + \cos(t) + \cos(t+r) + \cos(t+2r) = 0$ . 2 pt.

♥ 5 ♥ Donnez partie réelle et partie imaginaire de  $\left(\frac{1+i}{1-i.\sqrt{3}}\right)^{24}$ . 2 pt.

Généreusement, ce sujet vous donne l'heure : 11h42.

♦ 0 ♦ Soit  $(A, B, C)$  un triangle équilatéral. Montrez que si les coordonnées de  $A$  et  $B$  sont dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  alors les coordonnées de  $C$  n'y sont pas. 2 pt.

♣ 0 ♣ Trouvez les trois facteurs premiers de 1001. Décomposez en produit de facteurs premiers 1 004 006 004 001, 1 007 021 035 035 021 007 001 et 1 008 028 056 070 056 028 008 001. 3 pt.

Comme il n'est sûrement pas 11h42, il y a donc une erreur dans le sujet.

♦ 1 ♦ On définit  $f$  de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$  par  $f(z) = \frac{(-1+i).z + (1+2i)}{(2+i).z + 1 - i}$ . Donnez son domaine de définition  $D$ . 1 pt.  
Calculez  $f(1), f(i), f(-1)$  et  $f(-i)$  sous forme cartésienne. 2 pt.

♦ 2 ♦ Montrez que  $f$  est injective sur  $D$ . 2 pt. Montrez que  $f$  est bijective de  $D$  sur  $\mathbb{C} - \left\{\frac{-1+3i}{5}\right\}$  en explicitant l'antécédent  $z$  d'un complexe  $Z$  donné. Déterminez  $f \circ f$ . 3 pt.

♦ 3 ♦ Montrez que  $f$  est une bijection du cercle unité dans lui même (ensemble des complexes de module 1). 3 pt.

Pour les calculs, vous aurez intérêt à poser  $a = (-1 + i), b = 1 + 2.i$ , et vous n'écrirez  $z = x + iy$  peut-être que le temps qu'une des questions, pas plus.

♦ 4 ♦ On donne dans le plan  $A(1, 5), B(35, 26), C(56, 39)$  et  $D(6, 13)$ . Calculez  $\det(\vec{AB}, \vec{AC}), \det(\vec{AB}, \vec{AD})$ . Les deux points  $C$  et  $d$  sont ils du même côté de la droite  $(AB)$ ? 4 pt.

Si la probabilité qu'il y ait deux erreurs dans le sujet est inférieure à 5 pour cent, ça veut dire qu'on est presque tranquilles.

♯ 0 ♯ J'ai constaté :  $\cos(47\,763) = -0.2024987\dots$  Et c'est le premier entier tel que l'écriture décimale de  $\cos(n)$  commence par 2024. Qu'ai je tapé avec Python pour le trouver? 3 pt.

LYCEE CHARLEMAGNE  
M.P.S.I.2



2024

2025

IS05  
34- points



IS05

Racines de polynômes à coefficients réels (ou non).



On dit que  $z$  est racine du polynôme à coefficients réels  $\sum_{k=0}^d a_k \cdot X^k$ .

On traduit  $\sum_{k=0}^d a_k \cdot z^k = 0$ . On conjugue  $\overline{\sum_{k=0}^d a_k \cdot z^k} = \bar{0} = 0$ .

On utilise les phrases en « conjugué de la somme » et « conjugué du produit » pour avoir  $\sum_{k=0}^d \overline{a_k \cdot z^k} = 0$  puis

$\sum_{k=0}^d \overline{a_k} \cdot \bar{z}^k = 0$  et même  $\sum_{k=0}^d \overline{a_k} \cdot (\bar{z})^k = 0$ . Et comme les  $a_k$  sont réels, on a finalement  $\sum_{k=0}^d a_k \cdot (\bar{z})^k = 0$ . On reconnaît que  $\bar{z}$  est racine de  $P$ .

On veut un polynôme de racines  $1+i$ ,  $2-i$  et  $4$ ? Il suffit de prendre

$$(X - (1+i)) \cdot (X - (2-i)) \cdot (X - 4)$$

Il suffit ensuite de développer si on y tient, ou d'utiliser les relations coefficients racines

$$X^3 - 7X^2 + (15+i)X - 12 - 4i$$

Mais si on veut un polynôme à coefficients réels, il faut adjoindre deux racines de plus par conjugaison :  $1-i$  et  $2+i$ .

$X - 1 - i$	$X - 1 + i$	$X - 2 - i$	$X - 2 + i$	$X - 4$
$X^2 - 2X + 2$		$X^2 - 4X + 5$		$X - 4$
$X^4 - 6X^3 + 15X^2 - 18X + 10$				$X - 4$
$X^5 - 10X^4 + 39X^3 - 78X^2 + 82X - 40$				

IS05

Comparaison des moyennes.



Comme la majoration  $\sqrt[4]{a \cdot b \cdot c \cdot d} \leq \frac{a+b+c+d}{4}$  est vraie pour tout quadruplet, on l'applique pour  $(\frac{1}{a'}, \frac{1}{b'}, \frac{1}{c'}, \frac{1}{d'})$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{a \cdot b \cdot c \cdot d}} = \sqrt[4]{\frac{1}{a'} \cdot \frac{1}{b'} \cdot \frac{1}{c'} \cdot \frac{1}{d'}} \leq \frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} + d^{-1}}{4}$$

et comme tout est positif, il suffit de passer aux inverses pour aboutir à « harmonique  $\leq$  géométrique ».

*On pouvait aussi appliquer la comparaison « géométrique  $\leq$  arithmétique » au quadruplet  $(b \cdot c \cdot d, a \cdot c \cdot d, a \cdot b \cdot d, a \cdot b \cdot c)$ .*

IS05

Déphasage en  $2\pi/5$ .



On retrouve l'idée du courant triphasé, généralisée à cinq termes.

Le réel  $\cos(t - 2r) + \cos(t - r) + \cos(t) + \cos(t + r) + \cos(t + 2r)$  est la partie réelle de

$$e^{i \cdot (t-2r)} + e^{i \cdot (t-r)} + e^{i \cdot t} + e^{i \cdot (t+r)} + e^{i \cdot (t+2r)}$$

Mais ce complexe se factorise en  $e^{i \cdot t} \cdot (e^{-2i \cdot r} + e^{-i \cdot r} + 1 + e^{i \cdot r} + e^{2i \cdot r})$  et on sent déjà des simplifications des sinus.

Mais on reconnaît aussi dans  $(e^{-2i \cdot r} + e^{-i \cdot r} + 1 + e^{i \cdot r} + e^{2i \cdot r})$  la somme des racines de l'équation  $z^5 = 1$  (module 1, arguments  $\frac{2 \cdot i \cdot k \cdot \pi}{5}$ ).

La somme des racines est le coefficient de  $z^4$  (au signe près, mais ça change quoi ?).

On a donc  $(e^{-2.i.r} + e^{-i.r} + 1 + e^{i.r} + e^{2.i.r}) = 0$  et  $e^{i.(t-2.r)} + e^{i.(t-r)} + e^{i.t} + e^{i.(t+r)} + e^{i.(t+2.r)} = 0$ .

IS05

Partie réelle et partie imaginaire d'un complexe moche.



Bon, est il si moche que ça  $\left(\frac{1+i}{1-i\sqrt{3}}\right)^{24}$  ? Si on commence à le mettre sous forme cartésienne, en utilisant la quantité conjuguée, on obtient  $\left(\frac{(1-\sqrt{3})+i(1+\sqrt{3})}{4}\right)^{24}$  et ce serait une idée malsaine de développer par la formule du binôme, juste parce qu'on la connaît et qu'il y a des matières où ça marche.

Si on commence quand même par passer en polaires :  $(1+i) = \sqrt{2}.e^{i.\pi/4}$  et  $1-i.\sqrt{3} = 2.e^{-i.\pi/3}$  juste en regardant dans le plan ou en se souvenant de  $e^{i.\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i.\frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $j = \frac{-1+i.\sqrt{3}}{2}$ .

On a donc  $\frac{1+i}{1-i.\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}.e^{i.\pi/4}}{2.e^{-i.\pi/3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.e^{i.\frac{\pi}{4}+i.\frac{\pi}{3}}$  et il devient aisé d'élever ce complexe à la puissance 24

$$\left(\frac{1+i}{1-i.\sqrt{3}}\right)^{24} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{24} \cdot \left(e^{i.\frac{7\pi}{12}}\right)^{24} = \frac{1}{2^{12}}.e^{14.i.\pi} = 2^{-12}$$

La partie réelle vaut  $2^{-12}$  et la partie imaginaire est nulle.

*Aurais-je dû vous demander pour commencer module et argument pour vous mettre sur la piste ?*

IS05

Triangle équilatéral.



On suppose que  $A$  et  $B$  ont des coordonnées entières et que  $(A, B, C)$  est un triangle équilatéral. Il faut montrer que les coordonnées de  $C$  ne le sont plus.

On va passer par les affixes et utiliser le complexe  $j$  (dont l'affixe contient un  $\sqrt{3}$  qui fait plaisir).

On dit que  $A$  a pour affixe  $a + i.\alpha$  avec  $a$  et  $\alpha$  entiers. On fait de même avec  $B$  d'affixe  $b + i.\beta$ .

Par géométrie dynamique, on a alors  $z_C - z_A = e^{i.\pi/3}.(z_B - z_A)$  ou  $z_C - z_A = e^{-i.\pi/3}.(z_B - z_A)$ .

On déduit après calcul rapide

$$z_C = a + i.b + e^{i.\pi/3} \cdot ((b-a) + i(\beta-\alpha)) = \frac{(a+b) + \sqrt{3}(\alpha-\beta)}{2} + i \cdot \frac{(\alpha+\beta) + \sqrt{3}(b-a)}{2}$$

La seule façon que ces quantités soient entières toutes deux, c'est d'avoir  $(a+b)$  pair et  $(\alpha-\beta)$  puis  $(\alpha+\beta)$  pair et  $(b-a)$  nul.

Mais ceci conduit à  $a = b$  et  $\alpha = \beta$ . Les deux points  $A$  et  $B$  sont confondus. On n'a pas un vrai triangle équilatéral.

IS05

Décomposition en produit de facteurs premiers.



Si 1001 se décompose en produit de trois facteurs premiers (sachant qu'il n'y a visiblement ni 2, ni 3 ni 5), ils doivent être de l'ordre de 10.

D'ailleurs, 7 est un facteur premier si on pose la division :  $1001 = 7 \times 143$  et on voit tout de suite 11 (prévisible depuis le début avec la somme alternée des chiffres  $1 - 0 + 0 - 1$ ) et 13. Bref :  $1001 = 7 \times 11 \times 13$ .

Mais quel rapport ensuite avec 1004006004001 et autres 1008028056070056028008001 ?

Les trois entiers donnés ont un « axe de symétrie ». Et font intervenir des coefficients binomiaux.

Or,  $1001 = 1000 + 1$ . Si si ! Et c'est ça la clef.

On développe à titre d'exemple

$$1001^4 = \binom{4}{0}.1000^4.1^0 + \binom{4}{1}.1000^3.1^1 + \binom{4}{2}.1000^2.1^2 + \binom{4}{3}.1000^1.1^3 + \binom{4}{4}.1000^0.1^4$$

et encore plus visuel

$$\begin{array}{l}
 1.(10^3)^4 = 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 4.(10^3)^3 = \quad\quad\quad 4\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 6.(10^3)^2 = \quad\quad\quad\quad\quad 6\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 4.(10^3)^1 = \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 4\ 0\ 0\ 0 \\
 1.(10^3)^0 = \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 1 \\
 \quad\quad\quad 1\ 0\ 0\ 4\ 0\ 0\ 6\ 0\ 0\ 4\ 0\ 0\ 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1.(10^3)^7.1^0 = 1\ 0 \\
 7.(10^3)^6.1^1 = \quad\quad\quad 7\ 0 \\
 21.(10^3)^5.1^2 = \quad\quad\quad\quad\quad 2\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 35.(10^3)^4.1^3 = \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 3\ 5\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 35.(10^3)^3.1^4 = \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 3\ 5\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 21.(10^3)^2.1^5 = \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 2\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 7.(10^3)^1.1^6 = \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 7\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 1.(10^3)^0.1^7 = \quad 1 \\
 \quad\quad\quad 1\ 0\ 0\ 7\ 0\ 2\ 1\ 0\ 3\ 5\ 0\ 3\ 5\ 0\ 2\ 1\ 0\ 0\ 7\ 0\ 0\ 1
 \end{array}$$

On a donc nos trois entiers qui sont juste des puissances de 1001.	1 004 006 004 001	$1001^4$	$7^4 \times 11^{4'} \times 13^4$
	1 007 021 035 035 021 007 001	$1001^7$	$7^7 \times 11^{7'} \times 13^7$
	1 008 028 056 070 056 028 008 001	$1001^8$	$7^8 \times 11^{8'} \times 13^8$

## IS05

Une fonction de  $\mathbb{C}$  dans  $\mathbb{C}$ .

Pour faire de  $\frac{(-1+i).z + (1+2.i)}{(2+i).z + 1 - i}$  une application, il suffit d'éliminer le complexe  $z$  qui annule le dénominateur.

On résout donc  $(2+i).z + 1 - i = 0$  d'inconnue  $z$ .

Le seule complexe à exclure est  $\frac{i-1}{2+i}$  qu'on écrit  $\frac{(i-1).(2-i)}{(2+i).(2-i)}$  et finalement  $\frac{-1+3.i}{5}$ .

1	$i$	-1	$-i$
$\frac{(-1+i).1 + (1+2.i)}{(2+i).1 + 1 - i} = \frac{3.i}{3} = i$	$\frac{(-1+i).i + (1+2.i)}{(2+i).i + 1 - i} = \frac{i}{i} = 1$	$\frac{-(-1+i) + (1+2.i)}{-(2+i) + 1 - i} = \frac{2+i}{-1-2i} = \frac{-4+3.i}{5}$	$\frac{(-1+i).i + (1+2.i)}{(2+i).i + 1 - i} = \frac{-5+12.i}{13}$

Pour l'injectivité, on se donne  $z$  et  $z'$  et on résout sur  $D \times D$

$$\left( \frac{(-1+i).z + (1+2.i)}{(2+i).z + 1 - i} = \frac{(-1+i).z' + (1+2.i)}{(2+i).z' + 1 - i} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (((2+i).z + 1 - i).((-1+i).z' + (1+2.i)) = ((2+i).z' + 1 - i).((-1+i).z + (1+2.i)))$$

C'est indigeste. Posons  $a = (-1+i)$ ,  $b = (1+2.i)$ ,  $c = (2+i)$  et  $d = 1 - i$ . L'équation devient  $(a.z + b).(c.z' + d) = (a.z' + b).(c.z + d)$ .

les termes en  $a.c.z.z'$  s'en vont, de même que ceux en  $b.d$ . Il reste  $a.d.z + b.c.z' = a.d.z' + b.c.z$ .

Il ne faut évidemment pas identifier, aucun argument ne nous le permet (à part l'envie de conclure).

Mais on a finalement  $(A.d - b.c).z = (a.d - b.c).z'$ . On calcule alors

$$a.d - b.c = (-1+i).(1-i) - (1+2.i).(2+i) = -3.i$$

Il nous reste  $-3.i.z = -3.i.z'$  et on a bien  $z = z'$ .

*Ce qu'il fallait à tout prix éviter : écrire  $z = x + i.y$  et  $z' = x' + i.y'$ . Ce serait dénier aux complexes toute existence.*

*Pire encore : dériver n'avait aucun sens, surtout en continuant ensuite avec des trucs bidons sur le « signe de la dérivée » et l'usage d'un théorème qui n'a de sens que sur  $\mathbb{R}$ .*

On se donne  $Z$  et on résout  $\frac{(-1+i).z + (1+2.i)}{(2+i).z + 1 - i} = Z$  d'inconnue  $z$  par produit en croix

$$(-1+i).z + (1+2.i) = (2+i).Z.z + (1-i).Z$$

$$\left( (1+2.i) - (1-i).Z \right) = z. \left( (2+i).Z - (-1+i) \right)$$

On va demander à  $(2+i).Z - (-1+i)$  d'être non nul pour continuer

(c'est à dire  $Z \neq \frac{-1+i}{2+i} = \frac{(-1+i).(2-i)}{2^2+1^2} = \frac{-1+3i}{5}$ ).

On explicite alors  $z = \frac{(-1+i).Z + (1+2i)}{(2+i).Z + (1-i)}$  et on a trouvé l'unique antécédent de  $Z$ .

On a prouvé au passage l'injectivité, puisqu'il n'y a qu'un antécédent.

Si on y tient, on calcule l'image par  $f \circ f$  d'un complexe quelconque

$$f(f(z)) = \frac{(-1+i) \cdot \frac{(-1+i).z + (1+2i)}{(2+i).z + (1-i)} + (1+2i)}{(2+i) \cdot \frac{(-1+i).z + (1+2i)}{(2+i).z + (1-i)} + (1-i)}$$

on multiplie en haut et ne bas par  $(2+i).z + (1-i)$  :

$$f(f(z)) = \frac{(-1+i) \cdot ((-1+i).z + (1+2i)) + (1+2i) \cdot ((2+i).z + (1-i))}{(2+i) \cdot ((-1+i).z + (1+2i)) + (1-i) \cdot ((2+i).z + (1-i))}$$

et on simplifie.

On note qu'on a encore intérêt à écrire  $f(f(z)) = \frac{a \cdot \frac{a.z+b}{c.z+d} + b}{c \cdot \frac{a.z+b}{c.z+d} + d} = \frac{a.(a.z+b) + b.(c.z+d)}{c.(a.z+b) + d.(c.z+d)} = \dots$  plutôt que de

trainer des  $1+i$  et autres  $2-i$  partout.

Mais on peut aussi constater qu'on a explicité  $z$  en fonction de  $Z$  quelques lignes plus haut. Et le « hasard » nous a fait retrouver  $f$ . En effet :  $f(z) = Z \Leftrightarrow z = f(Z)$ . Ceci nous permet de dire deux choses :  $f = f^{-1}$  et  $f \circ f = Id$

On doit montrer que  $f$  est bijective du cercle vers le cercle. Déjà, la seule valeur interdite est hors du cercle. Donc les éléments du cercle ont tous une image.

Mais cette image est elle sur le cercle. Prenons  $z$  de module 1 (au choix :  $z = x + i.y$  avec  $x^2 + y^2 = 1$  ou  $z = \rho.e^{i.\alpha}$ ).

On doit vérifier si  $\frac{(-1+i).z + (1+2i)}{(2+i).z + (1-i)}$  est à son tour de module 1. Ceci revient à prouver que  $(-1+i).z + (1+2i)$

et  $(2+i).z + (1-i)$  ont le même module.

Tant pis, du calcul pour l'instant. On pose  $z = x + i.y$  et on écrit ces deux complexes sous forme cartésienne

complexe	$(-1+i).(x+i.y) + (1+2i)$	$(2+i).(x+i.y) + (1-i)$
forme cartésienne	$(1-x-y) + i.(2+x-y)$	$(1+2.x-y) + i.(-1+x+2.y)^2$
carré du module	$(1-x-y)^2 + (2+x-y)^2$	$(1+2.x-y)^2 + (-1+x+2.y)^2$
	$(5+2.x-6.y+2.x^2+2.y^2+2.x.y-2.x.y)$	$2+2.x-6.y+4.x^2+4.y^2-4.x.y+4.x.y$
	mais justement $x^2 + y^2 = 1$	

Les  $x.y$  sont partis, les  $x^2 + y^2$  égaux à 1 ont permis d'égaliser  $5 + 2.(x^2 + y^2)$  avec  $2 + 4.(x^2 + y^2)$ . Il y a bien égalité.

Au fait, pour développer par exemple  $2 + x - y$ , on ne passe plus par  $((2+x) - y)^2$  comme un gentil Terminale.

On développe avec les carrés et les doubles produits. Ou on fait un tableau

	2	+x	-y
2	4	+2.x	-2.y
+x	+2.x	+x <sup>2</sup>	-x.y
-y	-2.y	-x.y	+y <sup>2</sup>

On a donc  $\forall z \in U, f(z) \in U$  (où  $U$  désigne le cercle unité).

Mais comme  $f$  est son propre inverse, on a aussi  $\forall Z \in U, \exists z \in U, f(z) = Z$  (avec  $z = f(Z)$  justement).

IS05

Des points et une droite dans le plan.



Avec nos données  $A(1, 5), B(35, 26), C(56, 39)$  et  $D(6, 13)$  ont construit trois vecteurs et deux déterminants :  $A(1, 5), B(35, 26), C(56, 39)$  et  $D(6, 13)$ .

$\vec{AB} \begin{pmatrix} 34 \\ 21 \end{pmatrix}$	$\vec{AC} \begin{pmatrix} 55 \\ 34 \end{pmatrix}$	$\vec{AD} \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$
---	---	---

$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = \begin{vmatrix} 34 & 55 \\ 21 & 34 \end{vmatrix} = 1156 - 1155 = 1$	$\det(\vec{AB}, \vec{AD}) = \begin{vmatrix} 34 & 5 \\ 21 & 8 \end{vmatrix} = 272 - 105 = 105$
---	---

Sur le dessin, on peut voir de quel côté de  $(AB)$  est le point  $C$ , mais  $D$  commence à être un peu loin.

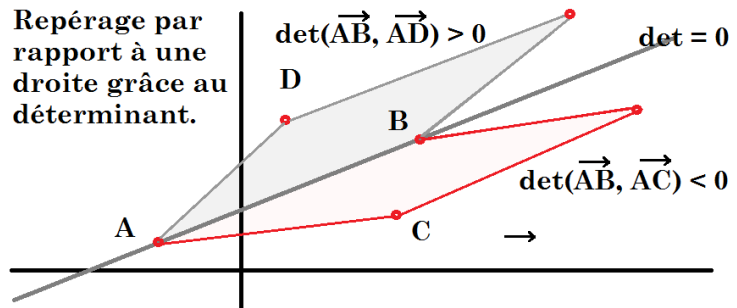
Mais l'avantage de ces déterminants est qu'ils mesurent des aires algébriques.

Par positivité, les deux sinus  $\sin(\widehat{AB, AC})$  sont  $\sin(\widehat{AB, AD})$  de même signe.

C'est un principe utile en informatique graphique et même pour vos jeux vidéo.

Pour savoir si deux points sont du même côté d'une droite, on regarde le signe du produit de deux déterminants.

**Repérage par rapport à une droite grâce au déterminant.**



IS05

Premier cosinus commençant par 2024.



On doit d'abord importer la fonction `cosinus` du module `math`.

Mais on doit aussi importer la valeur `absolue` pour que les chiffres de  $-0.2024$  soient bien 2, 0, 2 et 4.

On va incrémenter un entier `n` d'une unité à chaque fois tant que la condition n'est pas vérifiée (donc boucle conditionnelle `while`).

Le test consistera à prendre le cosinus de `n`, à le multiplier par 10000 pour remonter la virgule, prendre la partie entière et la comparer à 2024.

```
from math import *
n = 0
while int(10000*abs(cos(n))) != 2024 :
    ...n += 1
print(n, cos(n))
```

*Et pour Myriam et Clément, c'est pour  $n=24$  que le cosinus commence par 42.*

Et en fait, j'ai même

```
def cherche(motif) :
    ...puissance = 10**len(str(motif))
    ...n = 0
    ...while int(puissance*cos(n)) != motif :
    .....n += 1
    ...return n, cos(n)
```

LYCÉE CHARLEMAGNE  
M.P.S.I.2



2024

IS05  
34- points

2025