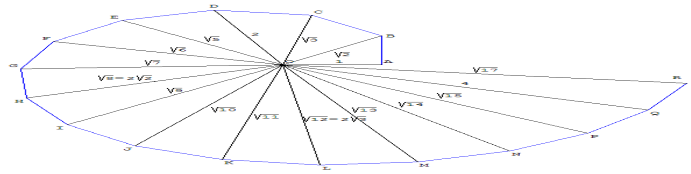

Entrée

Lycée Charlemagne

De septembre
à toujours

Ce qu'il faut savoir avant d'entamer une année de Sup. Ou qu'au moins il faut avoir retenu et compris après un mois. En tout cas, il faut à tout prix avoir assimilé tout celà en sortant.

• **Apprendre les formules de trigonométrie**.

• **Résoudre l'équation $X^2-(a+b).X+a.b=0$ d'inconnue X sans calculer son discriminant** *(pensez à la somme et au produit des racines)*.

• **Savoir résoudre $X^2-2.X.\cos(\theta)+1=0$ dans $\mathbb{C}$** *(on la croisera tout au long de l'année celle là)*.

• **Eviter les fausses négations** : par exemple, la négation de "*suite croissante*", ce n'est pas "*suite décroissante*", les oscillations sont autorisées.

• **Comprendre qu'il y a une très nette différence entre f et $f(x)$**, de même qu'entre (u_n) et u_n.

• **Se souvenir que les réels sont aussi des complexes comme les autres**, ce qui fait que la phrase "le polynôme P n'a pas de racine complexe" est louche *(sauf évidemment dans un cas)*.

• **Apprendre par coeur les formules de trigonométrie**, connaître $\sin(2.\theta)$ et $\cos(2.\theta)$ bien sûr, savoir les exploiter pour transformer $\cos^2(t)$ en $\dfrac{1+\cos(2.t)}{2}$, transformer $16\cos(t)$ en $2.\sin^2(t/2)$, savoir qui sont $4.\cos^3(t)-3.\cos(t)$ et peut être même $8.\cos^4(t)-8.\cos^2(t)+1$...

• **Se représenter graphiquement $e^{i.\theta}$ sur le cercle trigonométrique**, et bien voir que $(0,\ e^{i.\theta},\ 1+e^{i.\theta})$ définit un triangle isocèle.

• **Savoir qu'il existe des formules pour** $\dfrac{1-\cos(t)}{\sin(t)}$, que l'on peut exprimer $\sin^2(t)$ et $\cos^2(t)$ à l'aide de $\tan(t)$ et vice versa.

• **Trouver le domaine de définition d'applications** comme $t\longmapsto \dfrac{1}{t^2-3.t+2}$ puis aussi de $x\longmapsto \ln(e^{-2/x}-3.e^{-1/x}+1)$ en constatant que dans le des cas on se ramène à un même problème.

• **Oublier les histoires** de "*du signe de $-a$ entre les racines*" au profit de la visualisation du graphe parabolique d'un trinôme du second degré.

• **Savoir que le graphe de $t\longmapsto \sin^2(t)$ est aussi de forme sinusoïdale** et être capable de dire combien l'équation $\sin^2(t)=a$ paut avoir de racines entre 0 et $2.\pi$ en fonction de a.

• **Ev.ls.abrvs.**

• **Ne pas prétendre que $x\longmapsto \int_a^x f(t).dt$ se dérive en $x\longmapsto f(x)-f(a)$** ; c'est juste $x\longmapsto f(x)$ *(si vous voulez le jouer physicien : la dérivée d'une constante d'intégration, c'est 0)*.

• **Connaître les primitives de** $\tan$, $\dfrac{1}{\sin}$ et $\dfrac{1}{\cos}$.

• **Se souvenir que pour passer de la forme $A.\cos(t-\varphi)$ à la forme $a.\cos(t)+b.\sin(t)$** ***(et vice-versa)***, il suffit de développer et d'identifier.

• **Ne pas avoir peur de faire un calcul de plus de trois lignes**, vous êtes peut être sur la bonne piste.

• **Surveiller les "étages"**, savoir par rapport à qui vous dérivez, ne pas dériver une information qui n'est connue qu'en un point *(pour dériver par rapport à x, il faut que x puisse bouger)* ; si vous parlez de croissance de x^n, indiquez par rapport à quelle variable *(x ou n ?)*.

• Comprendre pourquoi la mathématicienne qui vient d'avoir un enfant peut se contenter de répondre "*oui*" à la question "*c'est une fille ou un garçon ?*".

• N-O-O-N-O-O-N-O-N-N-N

• **Faire des schémas**. Les mathématiques jouent souvent sur des images mentales ou non, avec des aller-retours multiples. *Comme on ne sait pas comment fonctionne vraiment la mémoire, sollicitez tout ce que vous pouvez. Pour résoudre une équation $f(x) = a$, il peut être utile de visualiser sommairement le graphe de f.*

• **Pour dériver $x \longmapsto \int_{a(x)}^{b(x)} f(t).dt$, écrivez le d'abord $F(b(x)) - F(a(x))$ avec $F' = f$.** *Dérivez posément $x \longmapsto \int_{3.x}^{2.x} f(t).dt$. Ne dérivez pas $x \longmapsto \int_a^x f(x).dx$, ça ne veut rien dire.*

• Ne pas trouver plus de deux racines à l'équation $X^2 = X$.

• **Savoir tracer sommairement les variations d'applications** comme $x \longmapsto x^2 + x + 3$, $x \longmapsto x^3 + 2.x^2 + x + 2$ sans calculatrice. *Avoir en tête la forme des graphes sur $\mathbb{R}$ des polynômes de degré 2, 3 puis 4.*

• **Tester une conjecture sur quelques valeurs ou cas simples** pour essayer de comprendre. Mettre les mains dans la combouis avec des valeurs particulières n'est pas du tout dévalorisant, bien au contraire. *Ce qui est dévalorisant, c'est de rester inerte sans rien essayer.*

• **Accepter de se tromper** *(dès lors que vous ne vous obstinez pas quand on vous donne des arguments en colle, ou même quand vous les entrevoyez rien qu'en énonçant ce que vous estimez être vrai).*

• **Se méfier de l'infini**, il y a des choses qui se perdent par passage à la limite *(inégalités strictes devenant larges... pire encore : chaque $\{0,\ 1, \dots n\}$ est fini, mais ne l'est plus quand on passe à l'infini).*

• **Se méfier des inégalités** *(et de ceux qui la pronent pour justifier leurs programmes politiques ; la non égalité n'est pas une relation d'ordre).* Ne pas les soustraire. Ne les multiplier que si vous êtes sûr que le multiplicateur est positif. *Par exemple, dans $\int_0^1 (1-t)^n.f^{(n+1)}(a+t.h).dt$, qui reste de signe constant ? pouvez vous majorer ?*

• Quand vous voulez passer de $x \leqslant y$ à $x^2 \leqslant y^2$, assurez vous que tout est positif, d'ailleurs, écrivez toujours $0 \leqslant x \leqslant y \Rightarrow x^2 \leqslant y^2$.

• **Se méfier des identifications hâtives** quand on n'a pas d'argument du type "*unicité de l'écriture*", "*base*". Si vous passez de $x + (y+1) = (x+1) + y$ à $x = x+1$ et $y + 1 = y$, ça se voit, mais $x^2 + y^3 = a^2 + b^3$ à $x^2 = a^2$ et $y^3 = b^3$, ça se voit moins, et bien des fois c'est encore plus discret.

• **Compter les équations.** Si à la fin de votre calcul, vous avez moins d'égalités que dans le système initial, c'est que vous en avez perdu ou que le système était "*sur-déterminé*" ; il est peut être bon de vérifier si la solution que vous avez finalement trouvé est vraiment solution.
Si à la fin vous avez plus d'équations qu'au départ, c'est moins grave, mais regardez quand même.
Si vous avez trois équations pour quatre inconnues x, y, z et t, vous allez vraisemblablement pourvoir en choisir une et exprimer les trois autres à l'aide de celle ci ; si en revanche vous exprimez par exemple x et y à l'aide de z et t, c'est sans doute que vous n'avez pas tout exploité.

• **Ne jamais accepter de discuter sur des variables muettes.** Si vous écrivez $\theta = a + 2.k.\pi$ où a est une donnée du problème, l'entier k est une variable que vous introduisez *(et ne figure pas dans l'énoncé)*, il devient alors peu cohérent de conclure en "si k est nul, alors..., si k est pair, alors...".

• **Ne pas tenir pour vrai un résultat tant que vous ne l'avez pas démontré**, même si on a l'intime conviction qu'il est vrai, et qu'on n'a trouvé aucun contre-exemple et obtenu au contraire des dizaines d'exemples *(en*

physique, des expériences réussies rapprochent de la vérité, en mathématique, non).
En revanche, en devoir, la démarche un peu contraire à la science est certes d'admettre les résultats des questions 1 à n pour traiter la question $n+1$, même si on n'a pas trouvé les démonstrations. *Rappelons au passage qu'un problème n'est pas une suite d'exercices indépendants, mais des questions enchaînées.*

• Comprendre que $t \longmapsto f(a-t)$ permet de décrire l'intervalle $[0,\ a]$ en sens inverse et peut permettre de traduire des symétries par rapport à $a/2$.
Il sera bon d'être capable de trouver α et β qui permettent à $\alpha.t+\beta$ de décrire l'intervalle $[c,\ b]$ quand t décrit $[b,\ c]$.

• **Résoudre une inéquation quand la question est "*résoudre l'inéquation* $f(x) \geqslant a$".** Je veux dire par là qu'il ne faut pas se contenter de résoudre "$f(x)=a$". *Même si on sait où s'annule* $\tan\left(\dfrac{x^2+3.x-1}{x^3+x^2-x-1}\right)$, *on ne sait pas quand il change de signe. Regardez aussi* $(2.\cos(t)-1).\sin(t)-\sqrt{3})$.

• **Eviter la catastrophe des résolutions de systèmes par combinaisons cycliques** où vous perdez une ligne finalement.
Ne passez pas de $(L_1,\ L_2,\ L_3)$ à $(L_1-L_2,\ L_2-L_3,\ L_3-L_4)$, vous allez perdre une information. Gardez toujours une des lignes intacte d'une étape à l'autre.

• **Pour résoudre un système comme** $\left\{\begin{array}{ccc} 2.x & +a.y & = & 4 \\ x & +y & =5 & \end{array}\right|$**, travaillez par combinaisons.** Ou alors directement avec les formules de Cramer. Mais surout, oubliez les méthodes par substitutions *("j'extrais x d'une ligne, je reporte dans une autre et ainsi de suite")*, surtout si il y a des paramètres...

• Quand vous avez le temps, soyez curieux de tout. Demandez vous si la réciproque du résultat prouvé est valable, si vous pouvez enlever une hypothèse, alléger, généraliser.

• **Compter les équations, pointer les hypothèses de l'énoncé déjà utilisées**, relire et remâcher les autres.
Attention, une hypothèse peut servir plusieurs fois. De plus, sauf cas exceptionnel, un problème est conçu pour que toutes les hypothèses soient utiles pour parvenir à la conclusion. Comprenez que vous avez commis une erreur si par exemple vous réussissez à prouver la croissance de F sans utiliser la continuité de f.
Lisez aussi l'énoncé en entier pour ne pas introduire une notation personnelle qui fera ensuite concurrence à celle de l'énoncé définie plus loin. Par exemple si vous avez une intégrale à calculer et que vous l'appelez I, vérifiez qu'il n'y a pas ensuite un intervalle qui s'appelle I.
Rappelons quand même qu'il est bon de donner des noms aux objets que vous étudiez.

• **Connaître les formules de trigonométrie.** Passer de $\cos(a)+\cos(b)$ à $2.\cos\left(\dfrac{a+b}{2}\right).\cos\left(\dfrac{a-b}{2}\right)$ en vous disant que vous avez développé $\cos\left(\dfrac{a+b}{2}+\dfrac{a-b}{2}\right)$.

• **Proscrire tous les raisonnements à rebours** du type "*il n'y a pas d'incohérence à dire que... donc c'est vrai*".
En revanche, on rappelle la phrase que Conan Doyle met dans la bouche de son héros Sherlock Holmes "une fois qu'on a éliminé toutes les impossibilités, ce qu'il reste, aussi surprenant qu'il soit, est la vérité".

• **Lire un énoncé en entier pour comprendre où on veut vous conduire.** D'ailleurs, parfois, la réponse à la question n se trouve dans la formulation de la question $n+2$. Ou alors, la formulation de la question $n+3$ vous permet de comprendre la piste à utiliser pour traiter la question n.
Je connais aussi le cas d'élèves qui torchent un problème avec jubilation, jusqu'à la dernière question, où ils se rendent compte qu'on leur demande de conclure par la preuve d'un résultat qu'ils ont utilisé de long en large depuis le début.
Je connais aussi le cas d'élèves qui sortent une heure avant la fin et découvrent en lisant le corrigé que le sujet était imprimé recto et verso.

• **Apprendre par coeur quand il le faut les formules et théorèmes.** Même si vous n'y avez pas été habitués à le faire jusqu'à présent, c'est utile. D'ailleurs, vous connaissez par coeur des chansons idiotes et inutiles mais peinez sur une primitive du logarithme ou la formule du binôme...
Les moyens mnémotechniques en si-co-co-si ou je ne sais quoi peuent être utiles. Mais souvent ils cachent la réalité des formules. Il vaut mieux les visualiser, comprendre en une image mentale d'où elles viennent pour les retenir.
Voir un produit en croix dans $1+z+\ldots+z^n=\dfrac{1-z^{n+1}}{1-z}$ *est plus simple que de retenir un fumeux "*nombre de termes*".*
Retenir $\cos(a)-\cos(b)=-2.\sin\left(\dfrac{a-b}{2}\right).\sin\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$ *en se disant que cette différence est nulle pour $a=b$, que le premier membre peut varier entre -2 et 2...*
Voir dans $1+e^{i.x}=2.\cos(x/2).e^{i.x/2}$ *un triangle isocèle.*
Retenir $\displaystyle\int u'.v=[u.v]-\int u.v'$ *par la dérivée d'un produit.*

• Ah oui, "*Ev ls abrvs*", ça veut dire "*évitez les abréviations*".

• **Revenir au logarithme** pour étudier $x \longmapsto a^x$ avec a non entier. Et vraiment se méfier de la dérivation de $x \longmapsto x^x$.

• Saisir que la quantification de $t \longmapsto t^3+t$ est $\forall(x,y),\ x \leqslant y \Rightarrow x^3+x \leqslant y^3+y$ et pas $\forall(x,y),\ x \leqslant y,\ x^3+x \leqslant y^3+y$, où la virgule devient un "*tel que*"

• **Oublier le monde simpliste de la Terminable.**
Une application peut très bien n'être continue nulle part. On ne peut pas dire "prenons un intervalle sur lequel f est monotone", il n'y en a peut être pas. Une limite d'applications continues peut devenir discontinue. La dérivée d'une limite n'est pas forcément la limite de la dérivée. L'application $x \longmapsto \int_0^x f(t).dt$ ne se dérive pas forcément en f, si f n'est pas continue. Il existe des applications continues non dérivables.

• **Eviter les automatismes trop vite acquis.**
N'écrivez pas "or, on a raisonné par équivalences" si vous n'avez pas vérifié que vos flèches sont à double sens. N'écrivez pas "on fait une récurrence sur n", quand vous vous rendez compte que c'est en fait une preuve directe. N'écrivez pas "par positivité du multiplicateur" quand en fait il est visiblement négatif.

• **Encadrer au fur et à mesure vos résultats importants**, souligner les mots-clefs et arguments. Même au tableau, même au brouillon.
Et n'attendez pas la fin du devoir pour encadrer.

• **Surveiller les variables.** Dans une équation, soulignez les inconnues pour les distinguer des paramètres sur lesquels vous allez raisonner *(dans $a.x^2+(2-a).x+3.a.(a-1)=0$, c'est qui l'inconnue ?)*. Encadrez vos changements de variables dans les intégrales et les équations *(si par exemple vous posez $s=\sin(x)$ dans $\sin^4(x)-5.\sin^2(x)+3=0$, combien allez vous avoir de solutions, écrirez vous $s=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$?)*.

• **Toujours préciser sur qui porte une récurrence,** surtout quand il y a plusieurs variables en jeu.
Par exemple, pour pouver $\displaystyle\sum_{i=k}^{n}\binom{i}{k}=\binom{n+1}{k+1}$, sur qui va porter la récurrence ? n, k ? Surtout, ne répondez pas i.

• Savoir que quand on pose $x+i.y=\rho.e^{i.\theta}$, on a certes $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$, mais aucune des deux formules $\cos(\theta)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ et $\sin(\theta)=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ne suffit à elle toute seule pour déterminer θ, même modulo $2.\pi$ *(il faut surveiller des signes et des quadrants).*
Il existera quand même une formule avec $\dfrac{x}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$.

• **Se souvenir que pour voir les variations d'une fonction, il n'est par forcément utile de dériver.** Déjà, il se peut que l'application ne le soit pas, comme $x \longmapsto [x^2]$. Il se peut aussi que l'on parviennet à la conclusion par "*composée d'applications croissantes*", comme pour $x \longmapsto \ln(e^x+1)$.
Pour prouver que $x \longmapsto \displaystyle\int_0^1 \frac{dt}{1+t^x}$, prendre $a \leqslant b$ et étudier le signe de $\displaystyle\int_0^1 \frac{dt}{1+t^b}-\int_0^1 \frac{dt}{1+t^a}$.

• Quand vous écrivez $z=x+i.y$, précisez que x et y sont réels.

• **Apprenez vos formules de trigonométrie.**

Un petit questionnaire issu du livre Méthodix de Xavier Merlin (éditions Ellispe) :

Lire un problème en entier avant d'entamer la résolution de la première question, ça fait perdre du temps ?	Oui∘/Non∘
Vaut il mieux admettre le résultat d'une question et passer àa la suivante plutôt que de passer trois quart d'heures à tenter de la résoudre ?	Oui∘/Non∘
Les questions pratiques et calculatoires, ça fait perdre du temps ?	Oui∘/Non∘
Faut il recopier deux fois le même raisonnement si l'on pose deux fois la même question ?	Oui∘/Non∘
A l'intérieur d'un problème, toutes les questions sont elles utiles ?	Oui∘/Non∘
A l'intérieur d'un problème, toutes les hypothèses sont elles utiles ?	Oui∘/Non∘
Les énoncés de écrits des Concours des Grandes Ecoles sont ils garantis "zéro pour cent d'erreurs" ?	Oui∘/Non∘
La liste des problèmes possibles est elle infinie ?	Oui∘/Non∘
Faut il être très savant pour réussir un problème d'écrit ?	Oui∘/Non∘
Est ce que l'on perd vraiment du temps en travaillant au brouiillon ?	Oui∘/Non∘
Faut il d'abord se préparer spécifiquement pour l'écrit ou pour l'oral ?	Oui∘/Non∘
Faut il aller au bout d'un sujet de concours pour avoir 20 sur 20 ?	Oui∘/Non∘