Matrice	Morphisme
Il s'agit forcément de matrices carrées : A est de format n sur n.	Il s'agit forcément d'endomorphismes : f va de $(E,+,.)$ dans lui même.
Un **vecteur propre** est un vecteur non nul U vérifiant $A.U$ est colinéaire à U : $\exists\lambda,\ A.U=\lambda.U$.	Un ***vecteur propre*** est un vecteur non nul $\overrightarrow{a}$ vérifiant $\exists\lambda,\ f(\overrightarrow{a})=\lambda.\overrightarrow{a}$. Un vecteur du noyau de f est vecteur propre de valeur propre 0.
Le ***sous espace propre*** de valeur propre λ est $\{U \mid A.U=\lambda.U\}$. Ce sont les vecteurs propres (et le vecteur nul). C'est un espace vectoriel. Et comme on ne le regarde que pour λ valeur propre, il est au moins de dimension 1.	Le ***sous-espace propre*** de valeur propre λ est $Ker(f-\lambda.Id_E)$. On retrouve que $Ker(f)$ est le sous-espace propre de valeur propre 0 si 0 est bien dans le spectre.
Une ***valeur propre*** est un nombre λ tel qu'il existe au moins un vecteur propre de valeur propre λ : $A-\lambda.I_n$ est non inversible.	Une ***valeur propre*** est un nombre λ tel qu'il existe au moins un vecteur propre de valeur propre λ : $\dim(Ker(f-\lambda.Id))\geqslant 1$.
Le ***polynôme caractéristique*** est $\det(A-X.I_n)$. Il est de degré n, et ses coefficients *(dits « caractéristiques »)* sont la trace, le déterminant et quelques autres.	En dimension finie, le ***polynôme caractéristique*** est $\det(f-X.Id_E)$. Ou $\det(X.Id_E-f)$ suivant les auteurs. $X^n-Tr(f).\lambda^{n-1}+Min_2(f).X^{n-1}-\ldots+(-1)^n.\det(f)$.
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres. L'ensemble des valeurs propres est le ***spectre***. Sur $\mathbb{R}$, le spectre peut être vide : $\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$. Sur $\mathbb{C}$ le spectre est toujours non vide (d'Alembert-Gauss).	L'ensemble des valeurs propres est le ***spectre***. Il peut être de cardinal infini, prenez $f=P(X)\longmapsto X.P'(X)$ sur $(\mathbb{R}[X],+,.)$. Ou il peut être vide : $f=(u_0,\ u_1,\ u_2,\ldots)\longmapsto(0,\ u_0,\ u_1,\ldots)$ sur $(\mathbb{R}^{\mathbb{N}},+,.)$.
Pour chaque valeur propre, on regarde sa multiplicité dans le polynôme caractéristique. Même si λ est valeur propre double de χ_A, il est possible que le sous-espace propre de valeur propre λ ne soit que de dimension 1.	Le sous-espace caractéristique de λ, valeur propre de multiplicité m est $Ker((f-\lambda.Id_E)^m)$. Il contient le sous-espace propre *(voir « noyaux itérés »)*. *Passez si vous avez du mal à saisir.*
La somme des valeurs propres est la ***trace***, leur produit est le ***déterminant*** (Viète). $\chi_A(X)=\prod_{i=1}^{k}(\lambda_i-X)^{m_i}$.	
Diagonaliser A c'est trouver une base de vecteurs propres. Si on note U_i les vecteurs propres et λ_i leurs valeurs propres, les relations $A.U_i=\lambda_i.U_i$ mises côte à côte donnent $A.P=D.P$ où P est la matrice de passage des U_i et D la matrice diagonale des λ_i dans le même ordre.	***Diagonaliser*** f c'est trouver une base de E faite de vecteurs propres. Même en dimension infinie. Diagonaliser f, c'est écrire $E=Ker(f-\lambda_1.Id_E)\oplus Ker(f-\lambda_2.Id_E)\oplus\ldots$.
Si A admet n valeurs propres distinctes, elle se diagonalise *(chaque valeur propre au un vecteur propre, et les n vecteurs propres forment une famille libre)*.	Ce résultat (VanDerMonde) n'est qu'une condition suffisante, pas forcément nécessaire. Exemple : I_n est diagonalisable, alors qu'elle n'a qu'une valeur propre.
Il y a des matrices non diagonalisables, à cause de valeurs propres doubles qui n'apportent qu'un sous-espace propre de dimension 1. Les matrices nilpotentes sont non diagonalisables (sauf la matrice nulle). Écrire $M=P.D.P^{-1}$, aboutir à $0_{n,n}=P.D^n.P^{-1}$ puis $D=0$.	Diagonaliser f c'est l'écrire comme combinaison de projecteurs p_i : $f=\lambda_1.p_1+\lambda_2.p_2+\ldots$ avec $p_i\circ p_j=0_{E\to E}$ pour i différent de j, et bien sûr $p_i\circ p_i=p_i$. *(résultat pas évident)*
Toute matrice semblable à une matrice diagonalisable est elle même diagonalisable, avec le même spectre.	Les ***projecteurs*** sont diagonalisables, de spectre $\{0,\ 1\}$. : $E=Ker(p)\oplus Ker(Id-p)$.
L'ensemble des matrice diagonalisables n'a aucune stabilité. Sauf par élévation au carré, au cube...	Qui est le spectre de $-f$? Qui est le spectre de $f+Id_E$?
Sur $\mathbb{C}$, à défaut d'être diagonalisables, les matrices sont trigonalisables *(semblables à une matrice triangulaire)*.	$f\circ g$ et $g\circ f$ ont ils le même spectre ?