Théorèmes visuels.

- Identités remarquables.

  Identités

- Théorème de Pythagore.

  Pythagore

- Trigonométrie.

  Trigo

- Comparaison des moyennes.

  Moyennes

- Sommes de puissances.

  Sommes

- Séries géométriques.

  Géométriques

Identités remarquables.

* $(a+b)^2 = a^2+2.a.b+b^2$ Carré

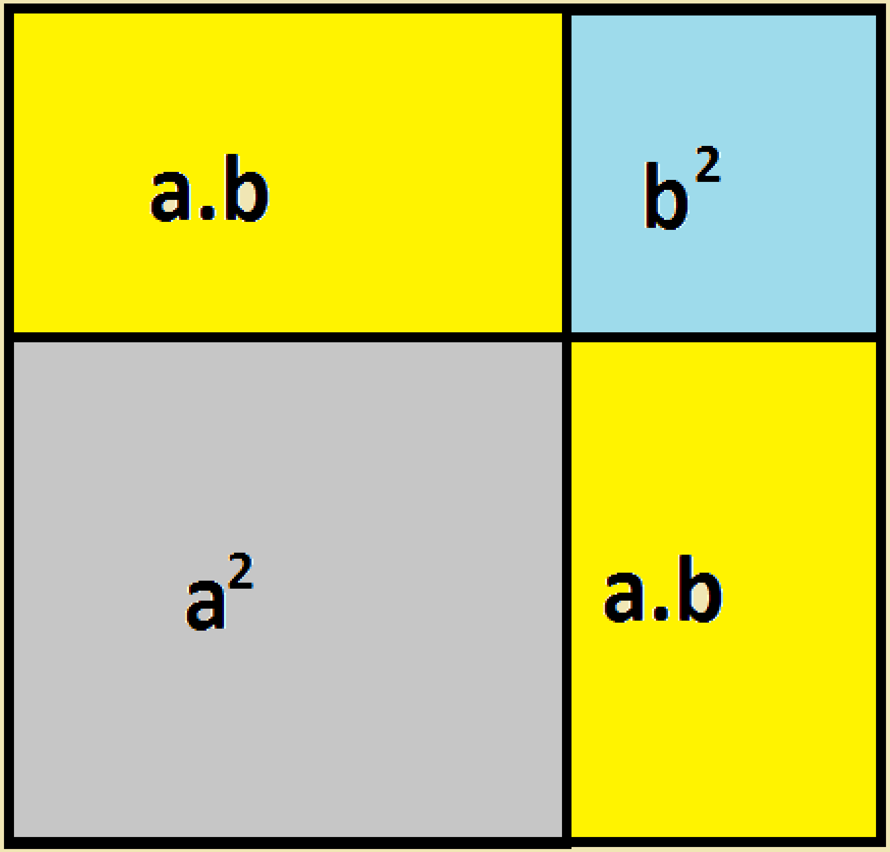
* $(a+b)^3 = a^3+3.a^2.b+3.a.b^2+b^3$ Cube1 Cube2

* $a^2-b^2 = (a-b).(a+b)$ Différence

* $a^3-b^3 = (a-b).(a^2+a.b+b^2)$ Diff cubes

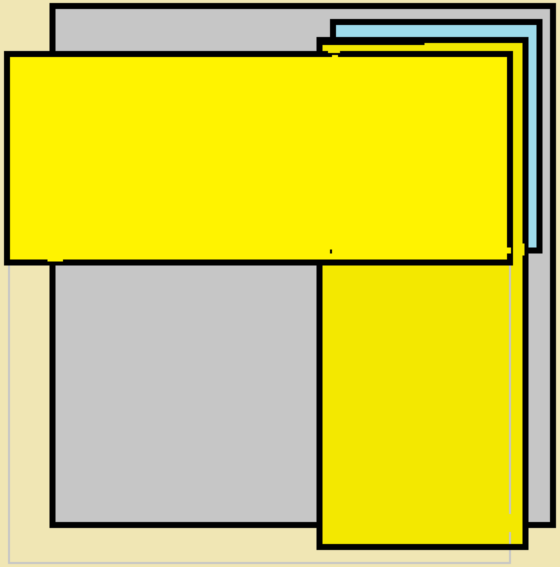
#Sommaire

Identité remarquable (1).



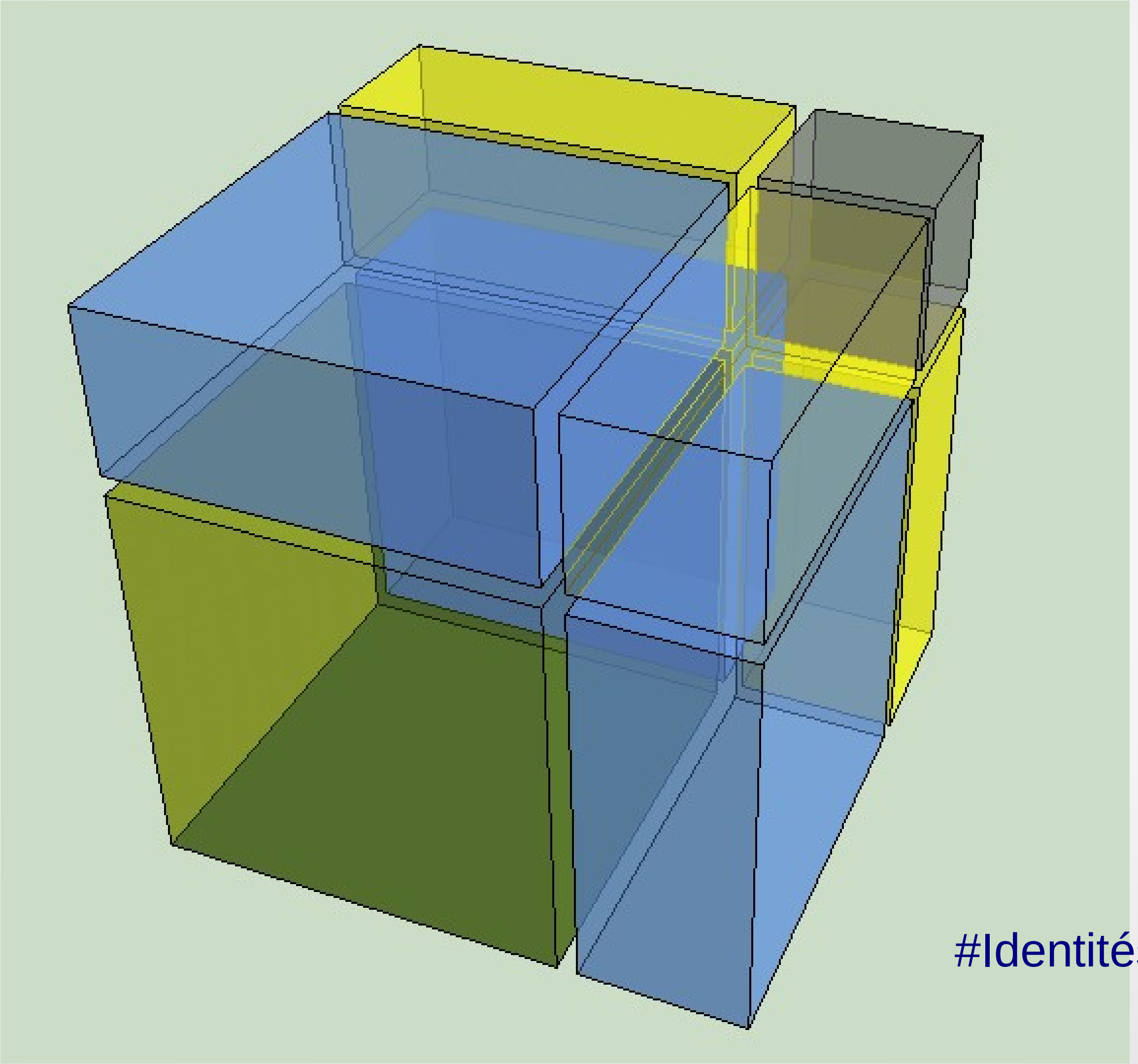
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2.a.b$

$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b$



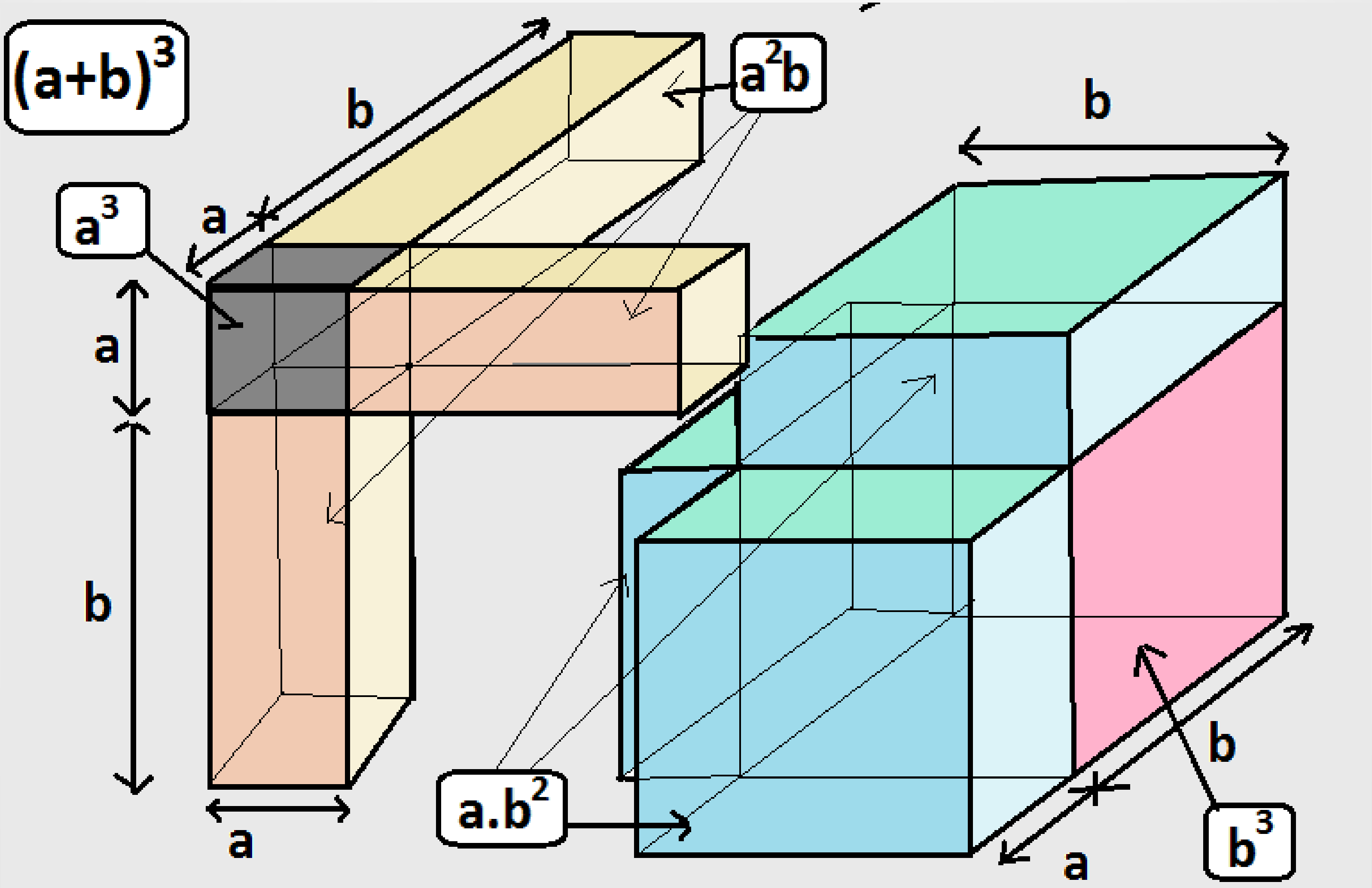
#Identités remarquables

Identité remarquable (2) $(a+b)^3$.



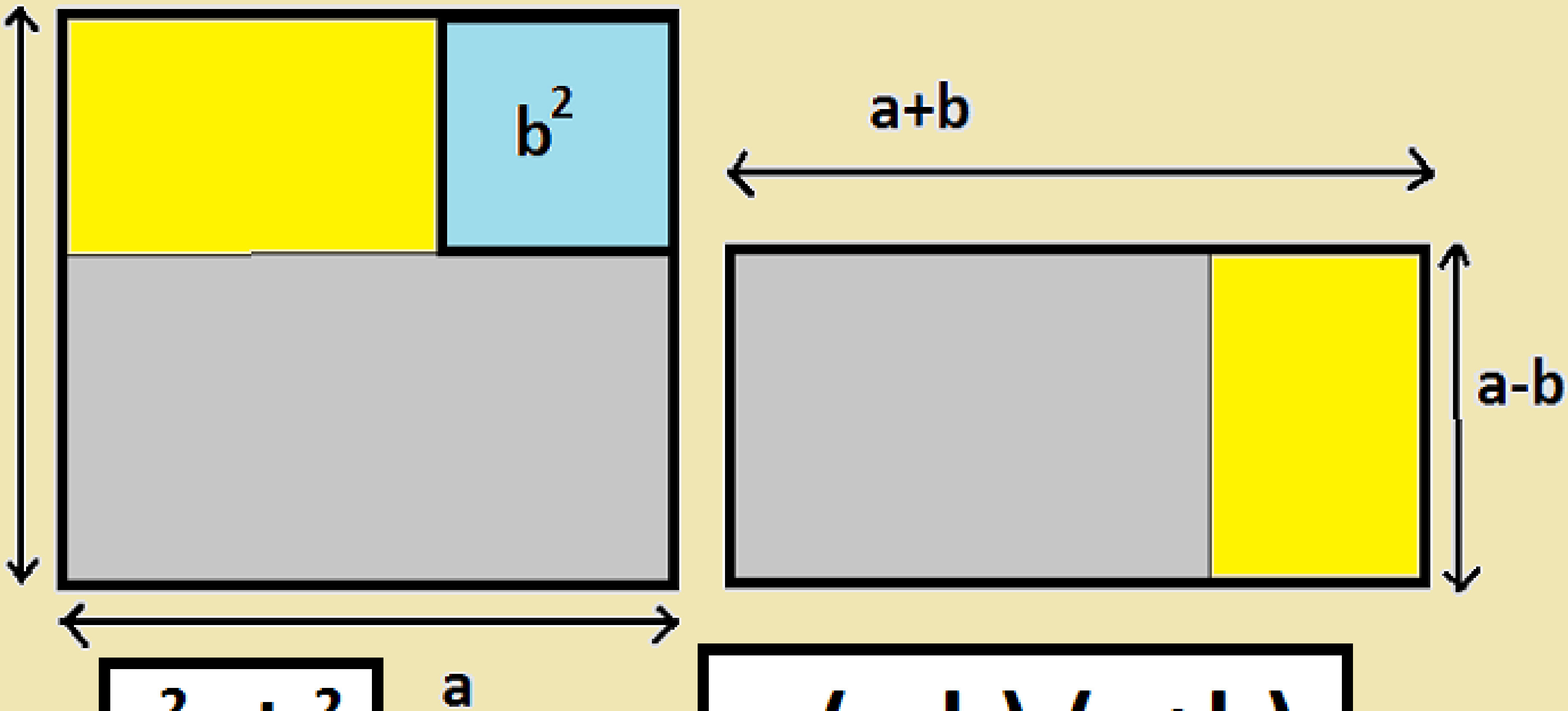
#Identités remarquables

Identité remarquable (2) $a^3+3.a^2.b+3.a.b^2+b^3$.



#Identités remarquables

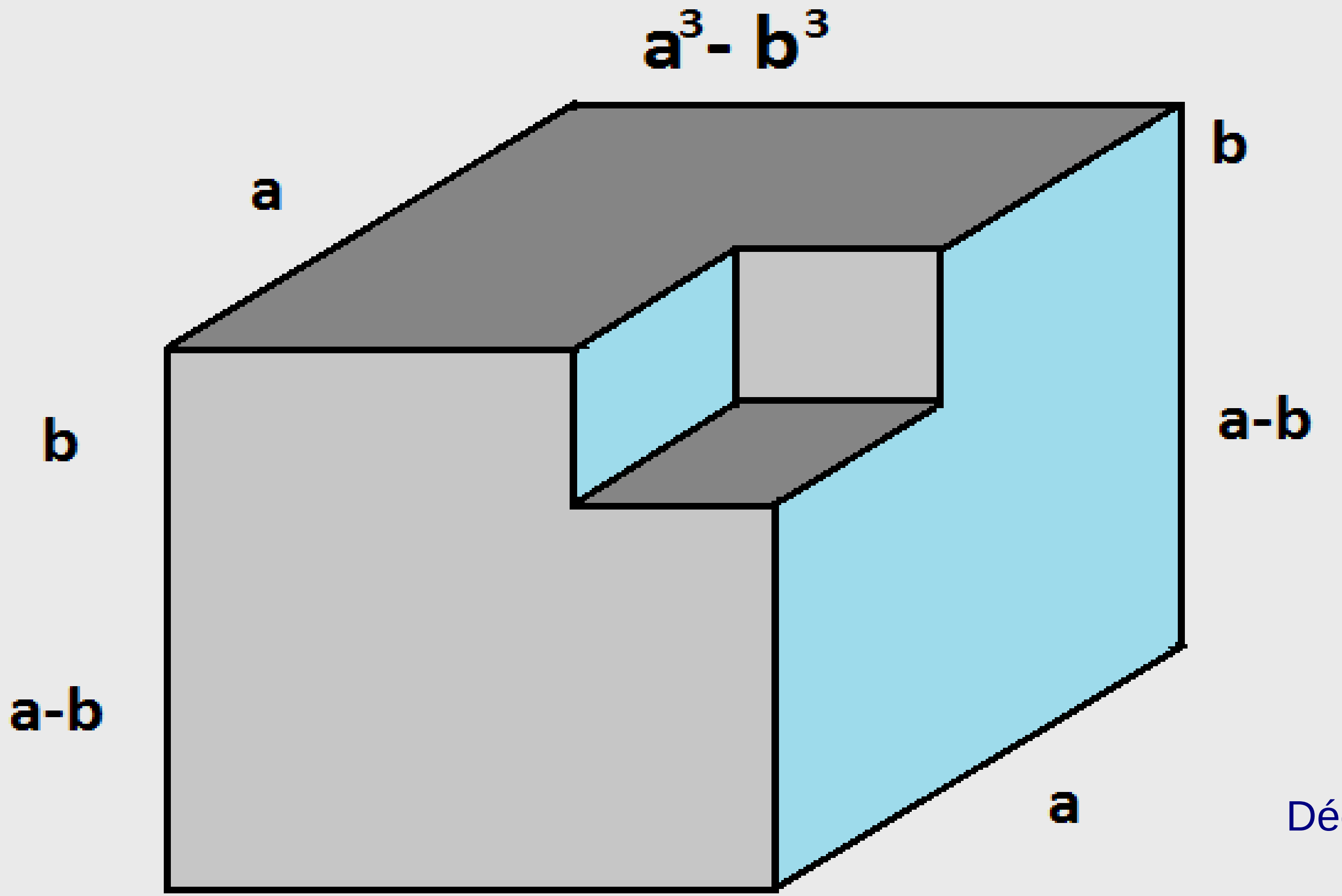
Identité remarquable (3).



$a^2 - b^2$ $= (a-b).(a+b)$

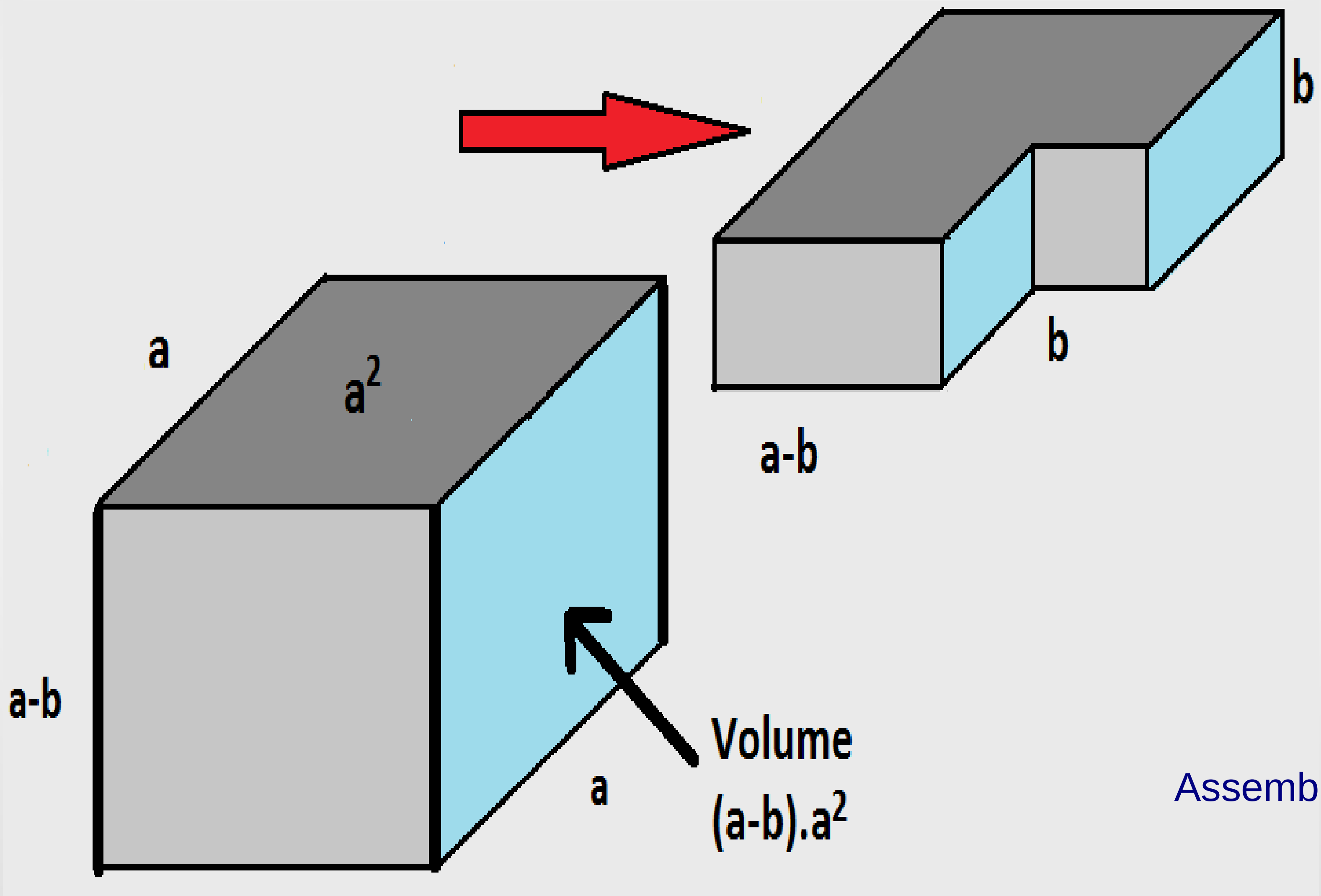
#Identités remarquables

Identité remarquable $a^3 - b^3$



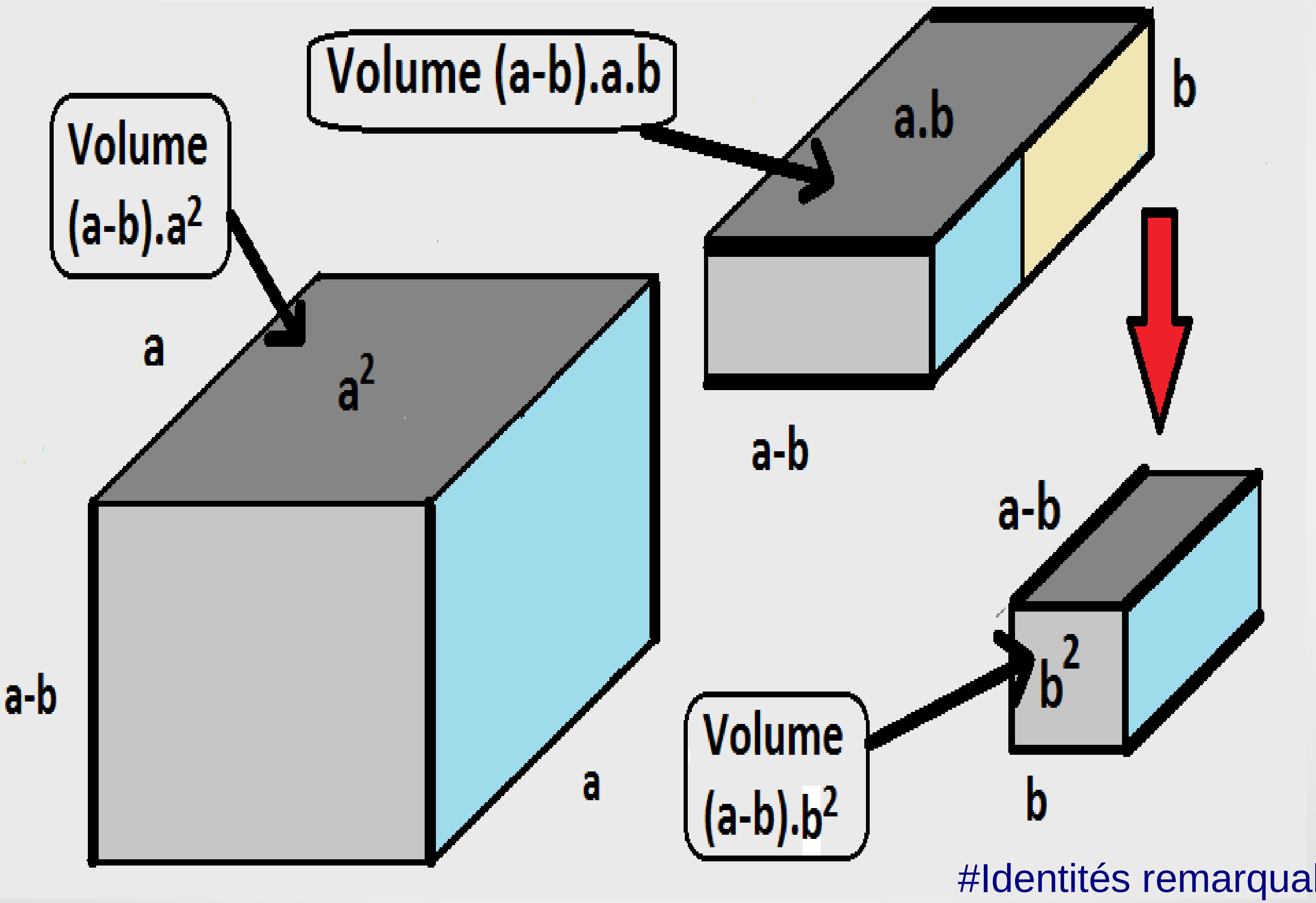
Découpage

Identité remarquable (4).



Assemblage

Identité remarquable $(a-b).(a^2+a.b+b^2)$



#Identités remarquables

Théorème de Pythagore.

La carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés adjacents.

Preuve 1.Preuve 2.Preuve 3.Preuve 4 Euclide

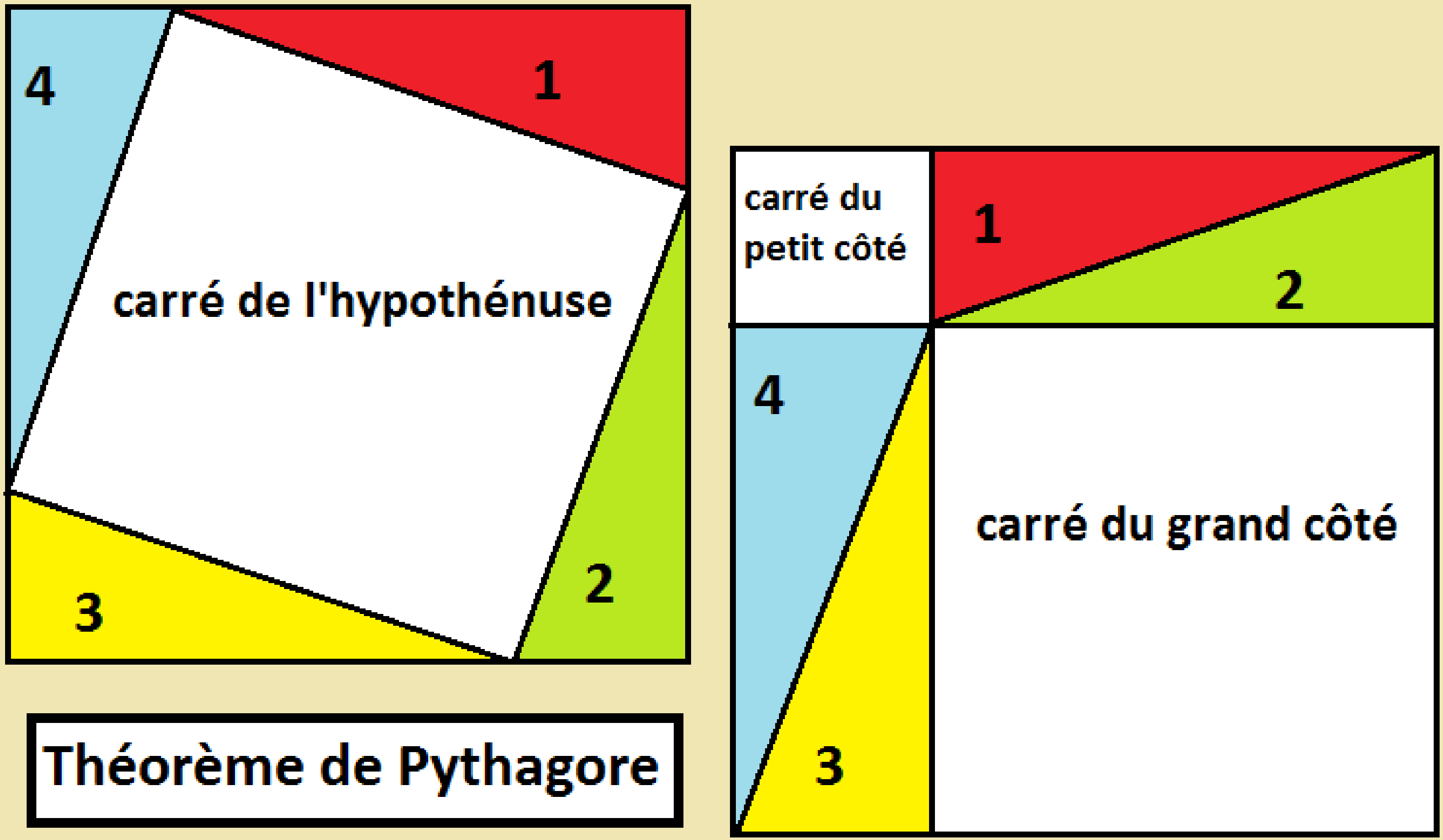
$$\cos^2(\Theta) + \sin^2(\Theta)=1$$

Formule d'Al Kashi[AlKashi]

Preuve aquatique

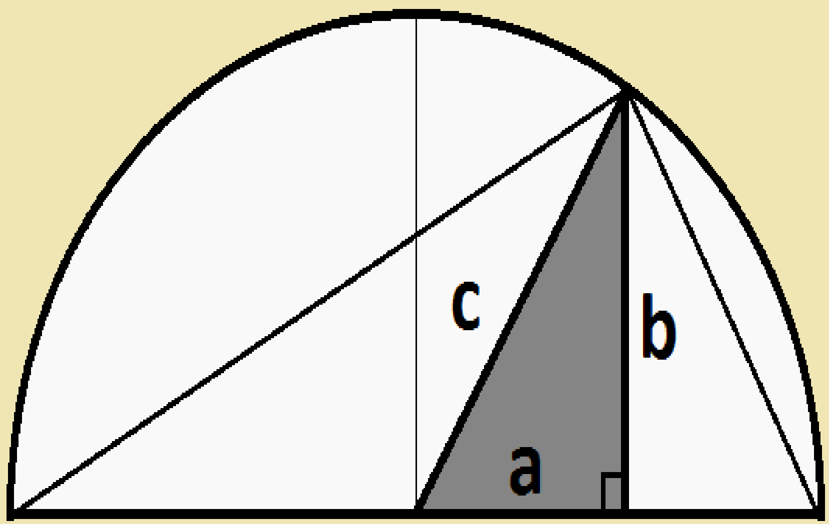
#Sommaire

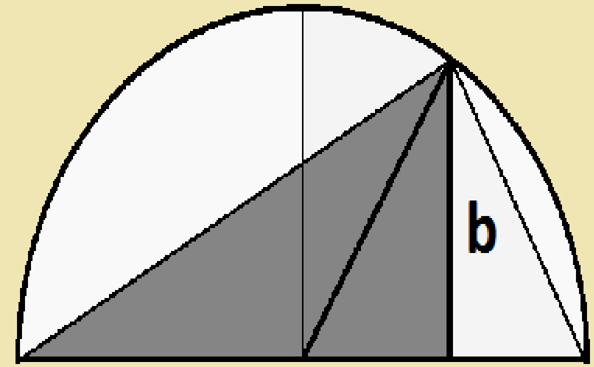
Théorème de Pythagore (1).



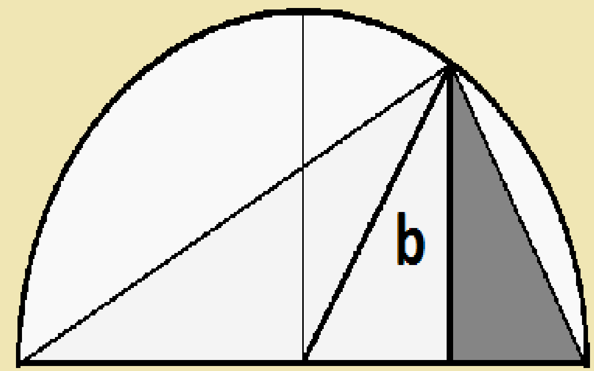
#Pythagore

Théorème de Pythagore (2).





c+a



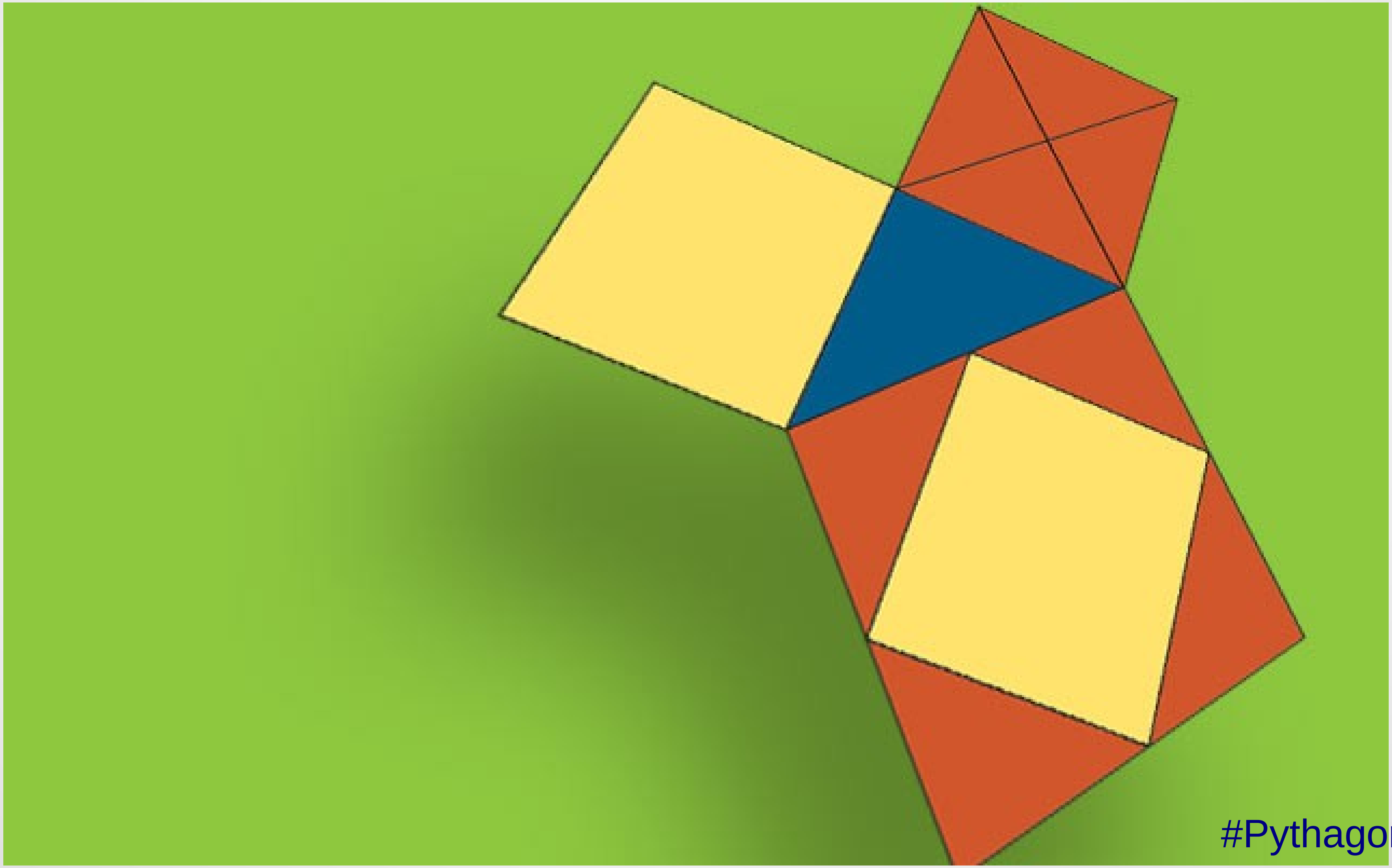
c-a

$$\frac{b}{c+a} = \frac{c-a}{b}$$

$$c^2 - a^2 = b^2$$

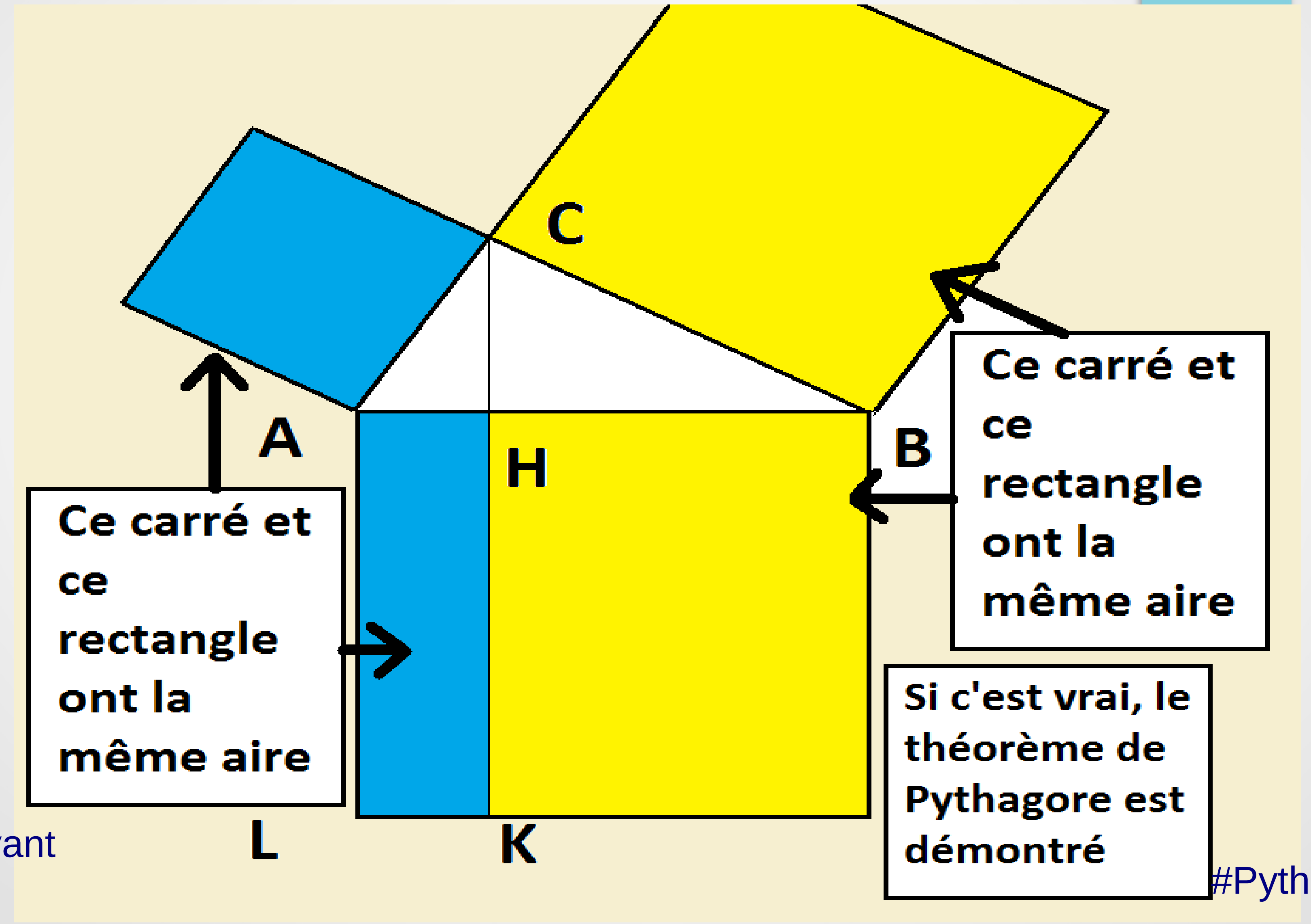
#Pythagore

Théorème de Pythagore (3).



#Pythagore

Théorème de Pythagore (5).

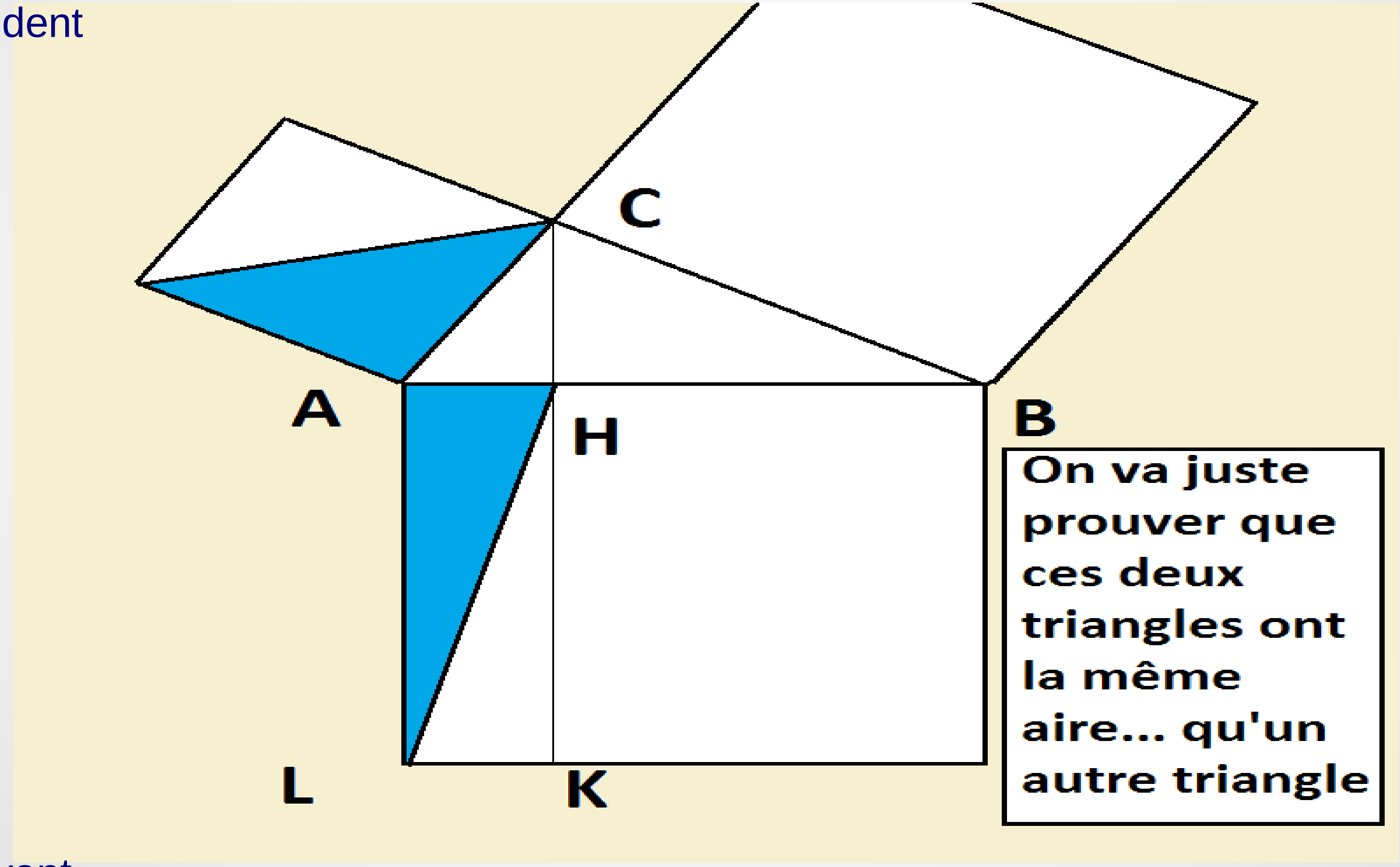


Suivant

#Pythagore

Théorème de Pythagore (5).

Précédent

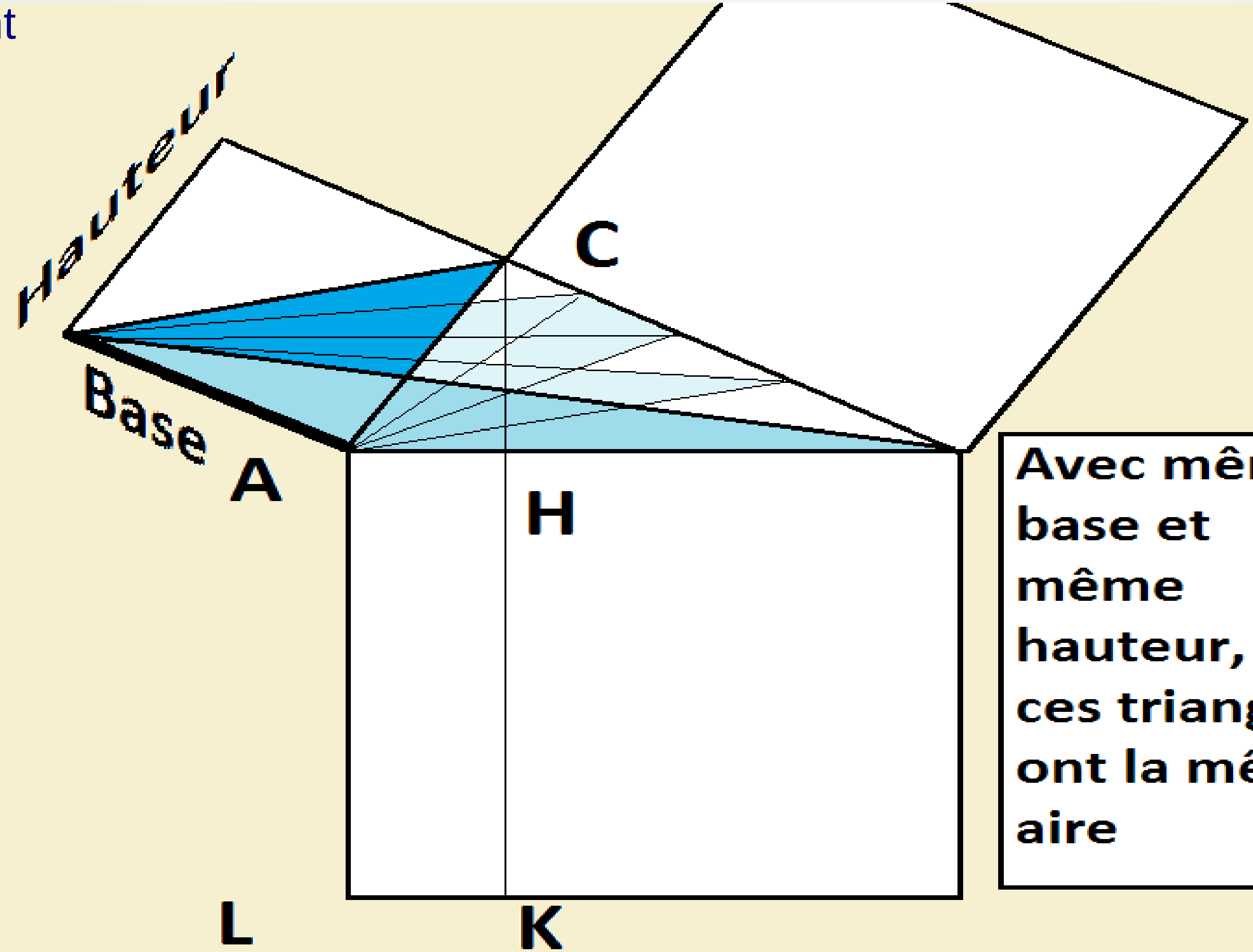


Suivant

#Pythagore

Théorème de Pythagore (5).

Précédent



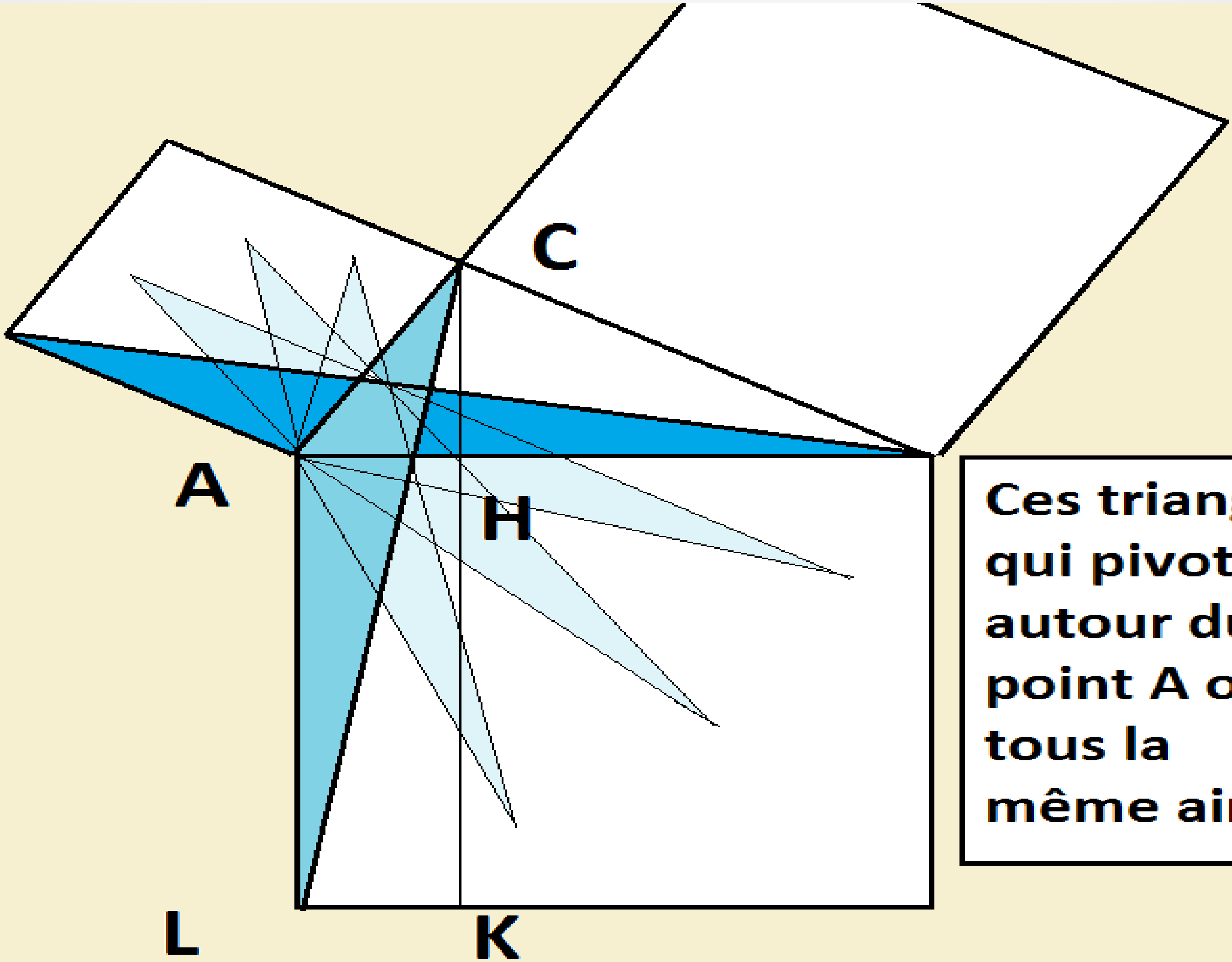
Avec même base et même hauteur, tous ces triangles ont la même aire

Suivant

#Pythagore

Théorème de Pythagore (5).

Précédent



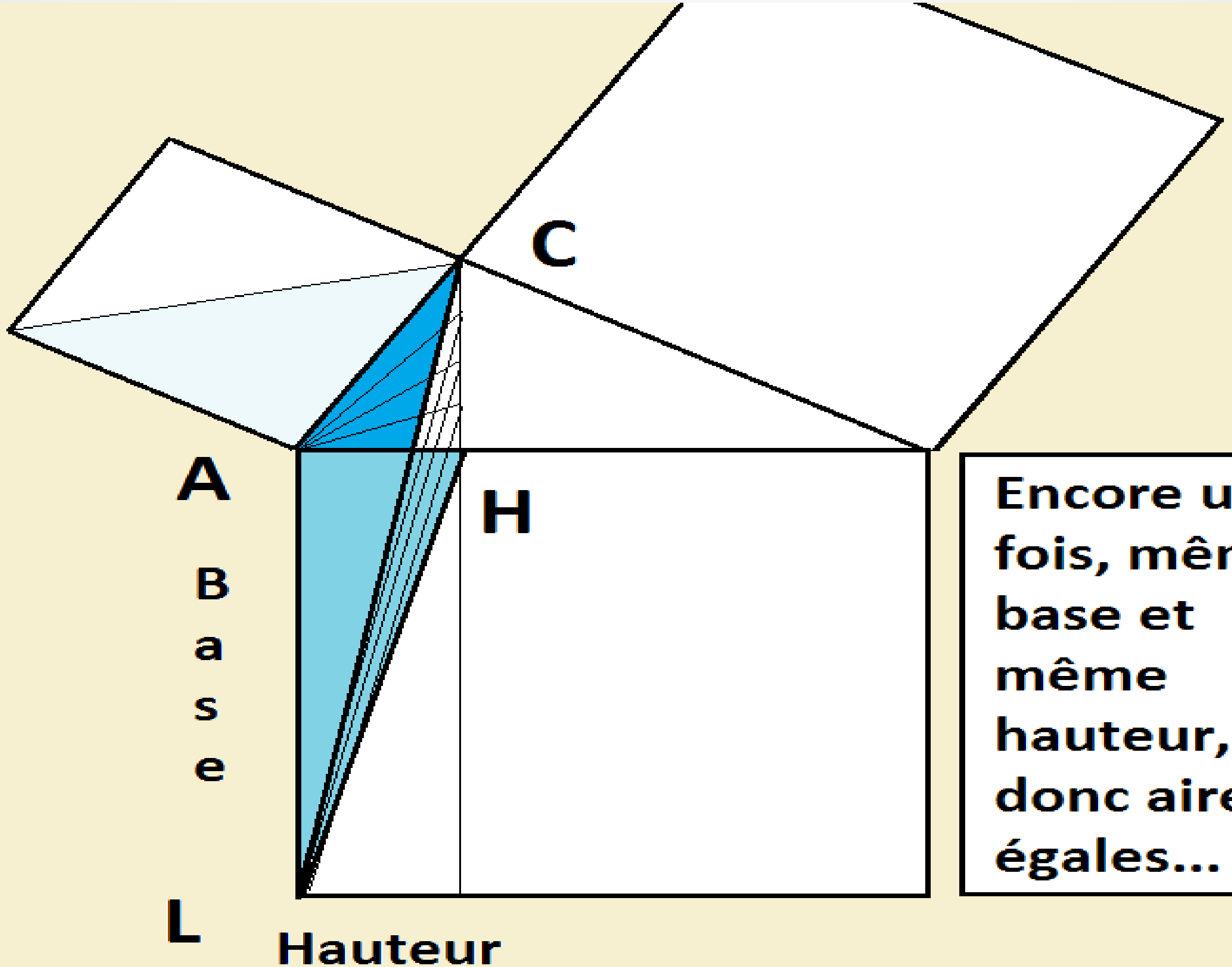
Ces triangles qui pivotent autour du point A ont tous la même aire

Suivant

#Pythagore

Théorème de Pythagore (5).

Précédent



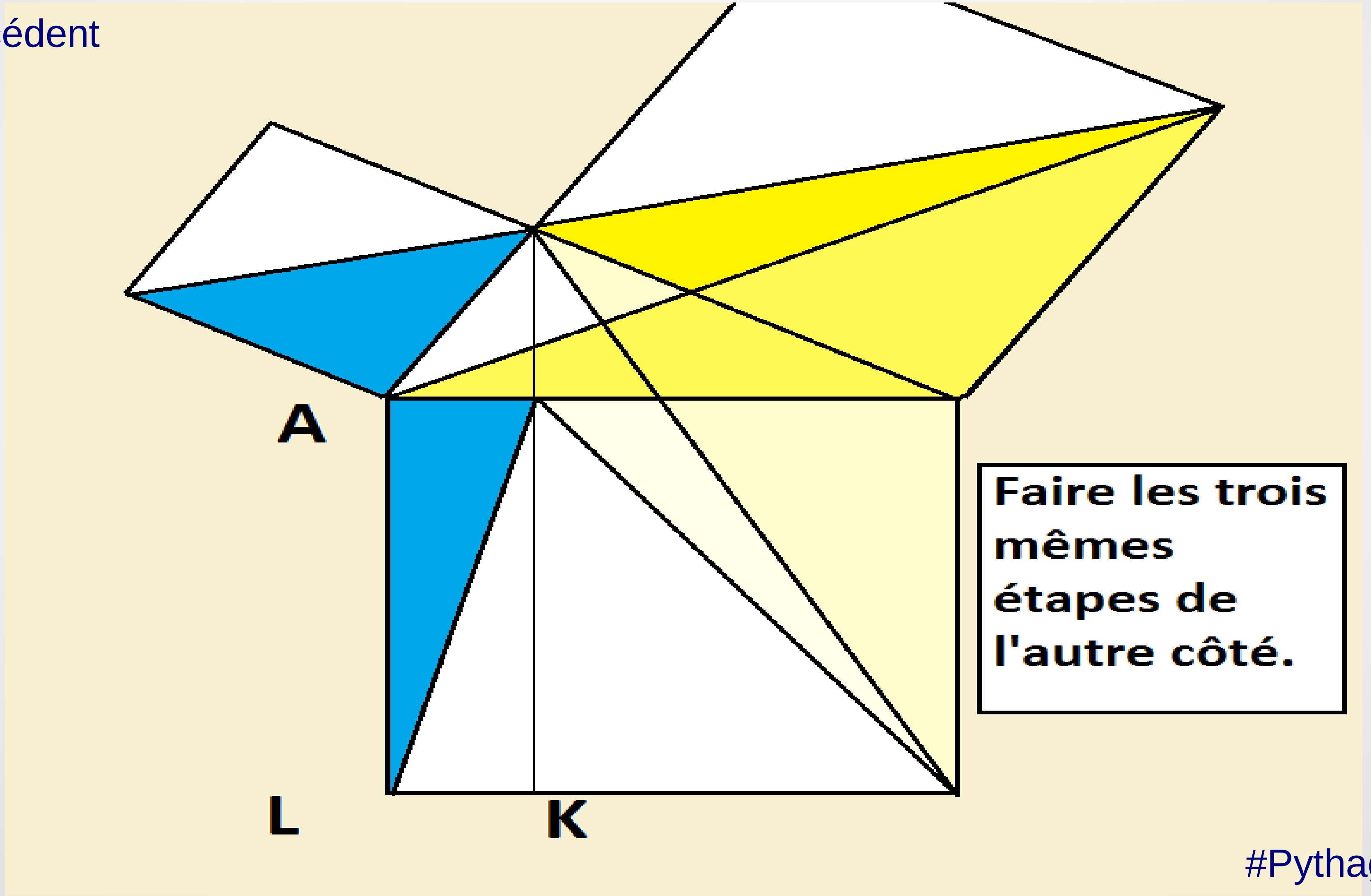
Encore une fois, même base et même hauteur, donc aires égales…

Suivant

#Pythagore

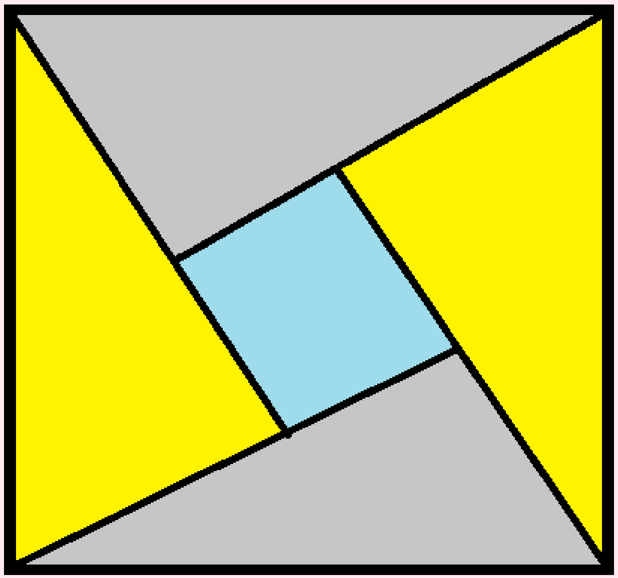
Théorème de Pythagore (5).

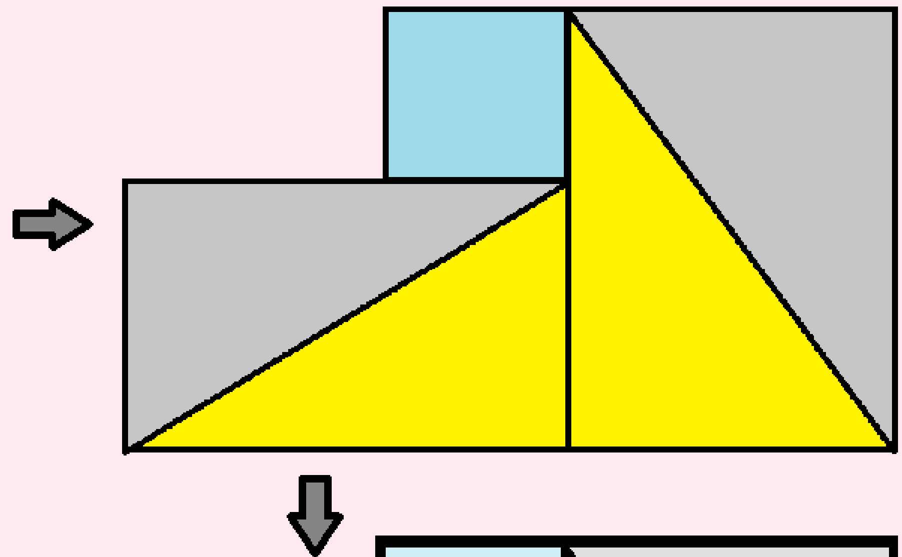
Précédent



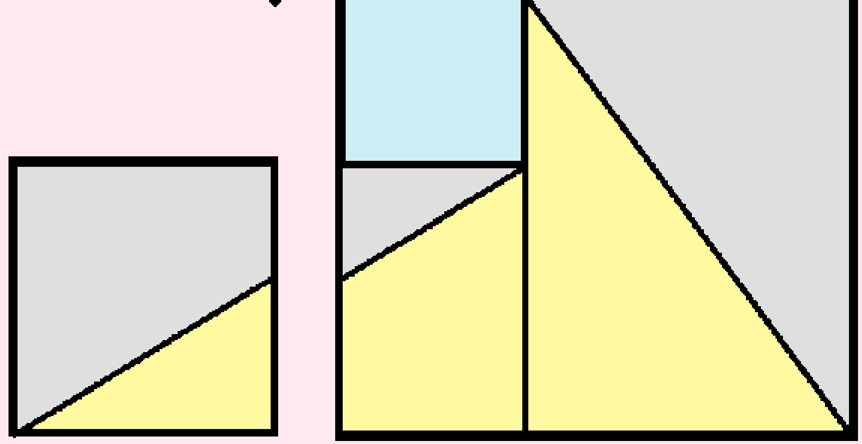
#Pythagore

Théorème de Pythagore (4).



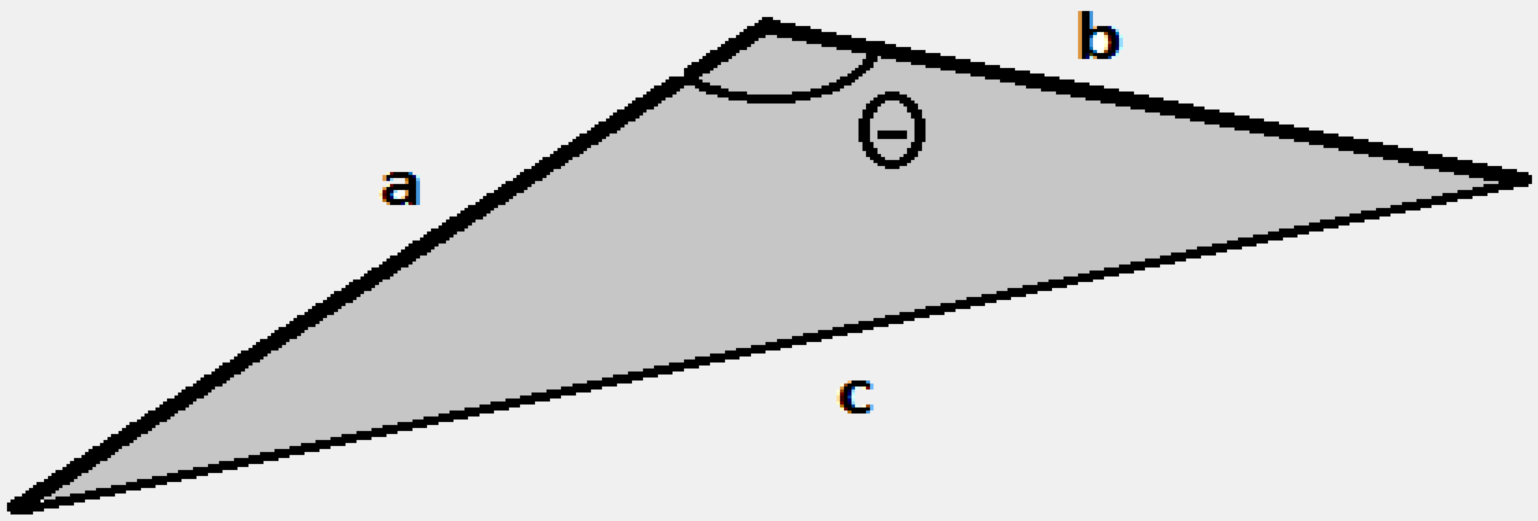


Preuve du théorème de Pythagore par Bhaskara de Bijjada Bida (12eme siècle)



#Pythagore

Formule d'Al Kashi (1).



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos(\Theta)$$

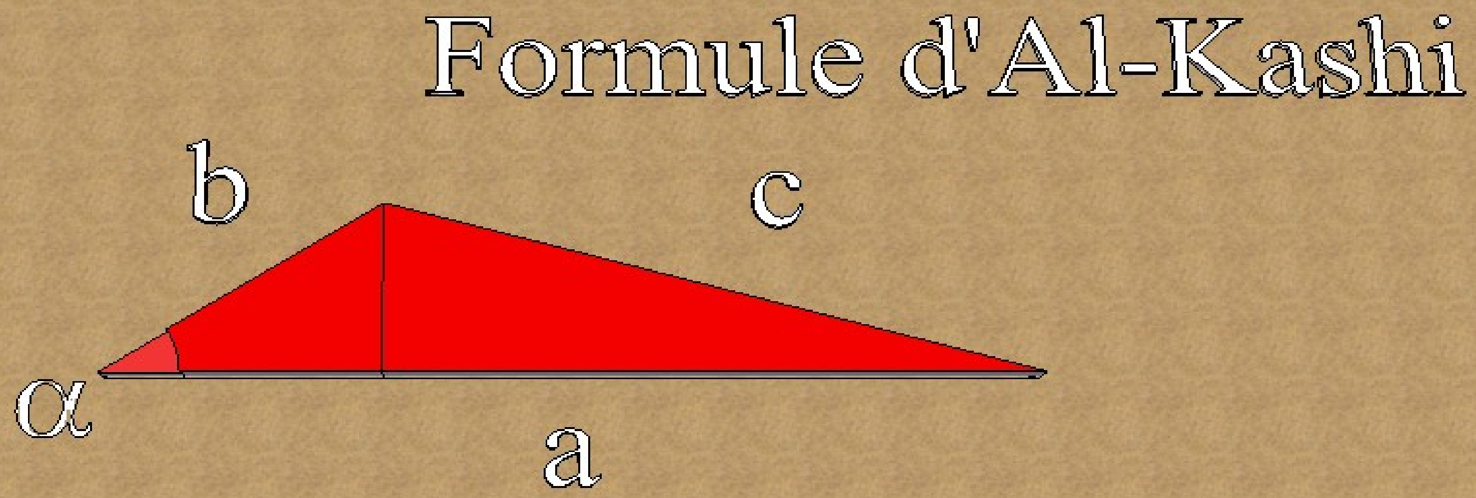
Formule d'Al-Kashi

Suivant

#Pythagore

Formule d'Al Kashi (2).

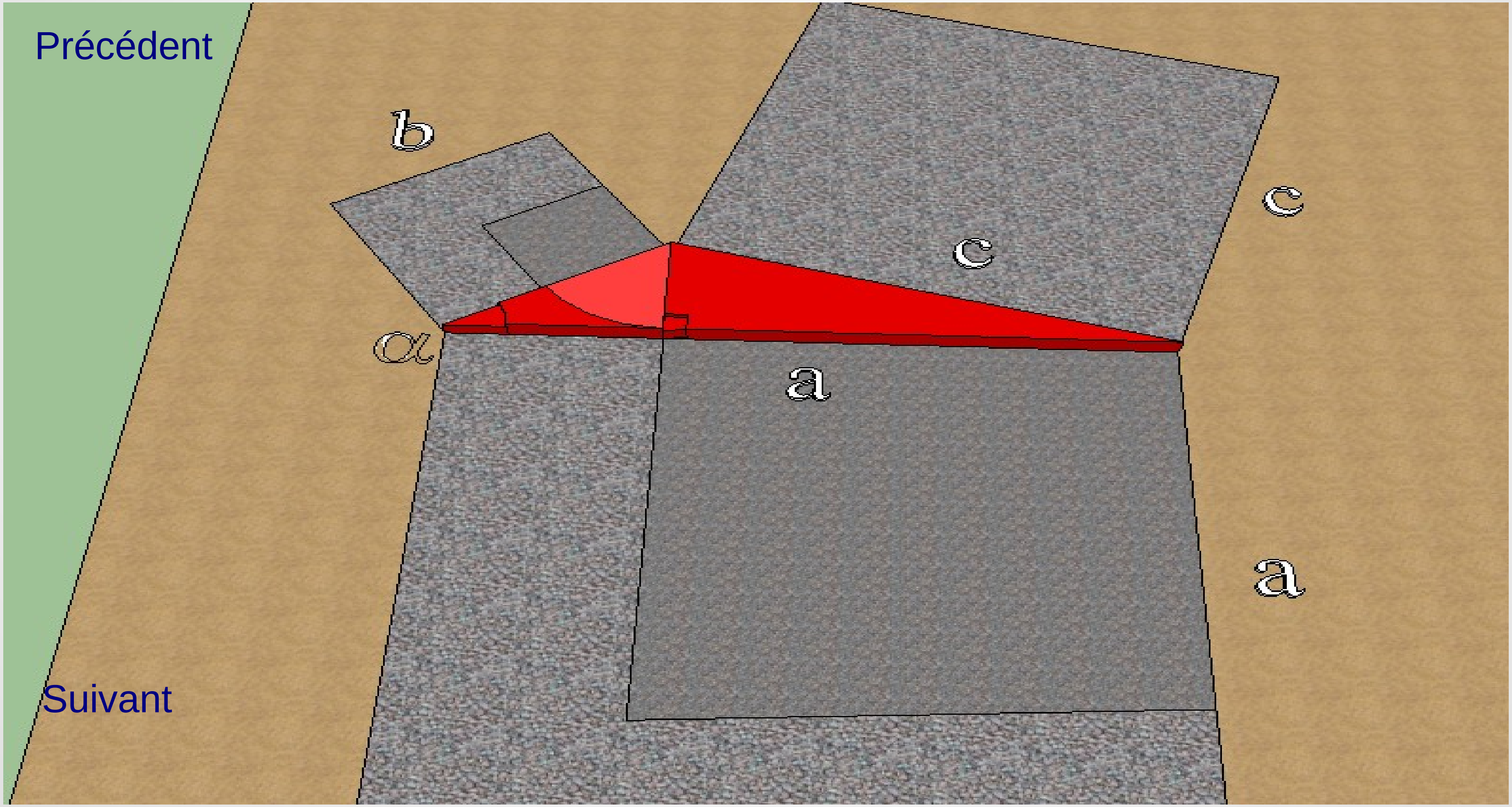
Précédent



Suivant

#Pythagore

Formule d'Al Kashi (3).



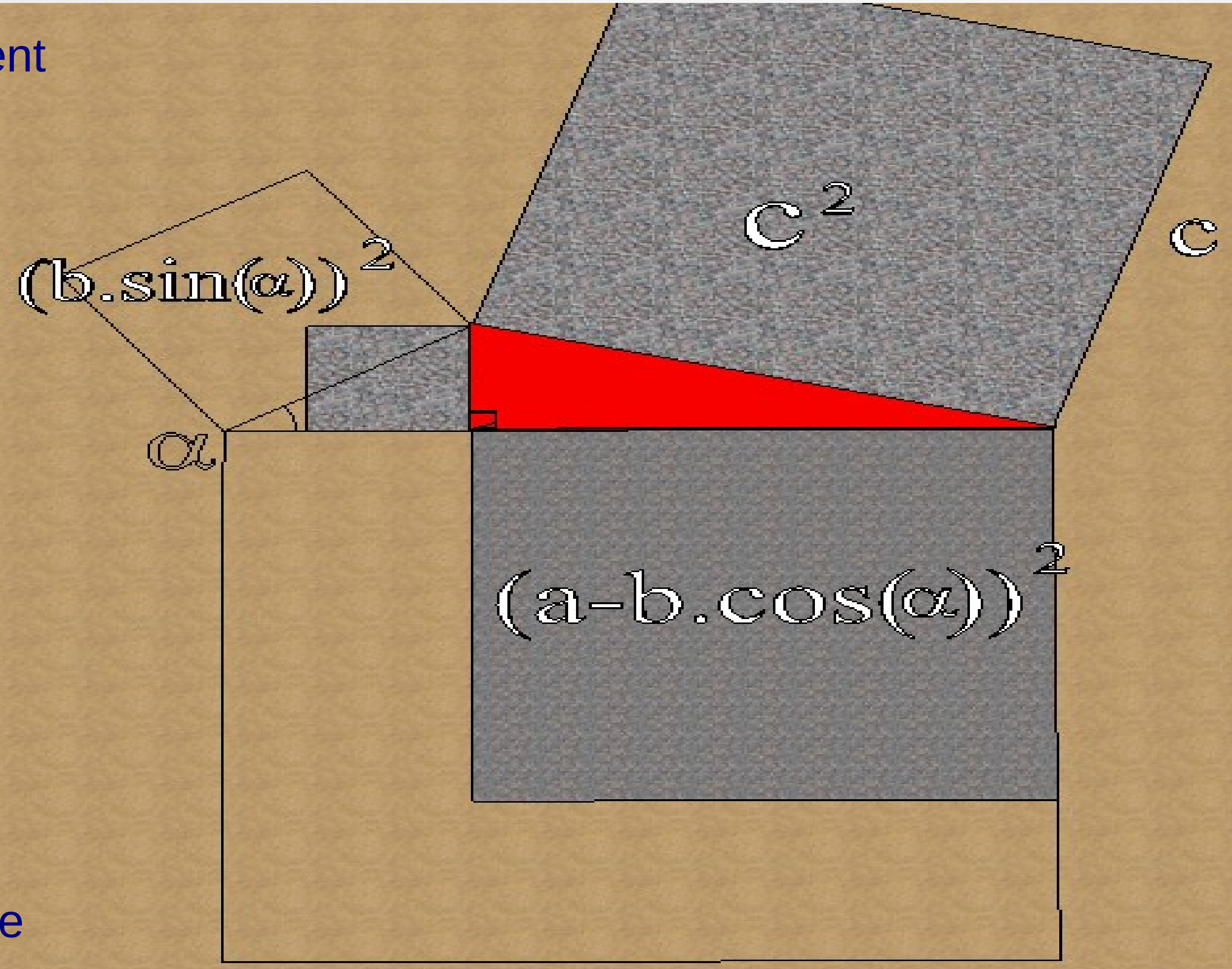
Précédent

Suivant

#Pythagore

Formule d'Al Kashi (4).

Précédent



Formule

#Pythagore

Comparaison des moyennes.

La moyenne arithmétique de a et b est $(a+b)/2$

La moyenne géométrique est $(a.b)^{1/2}$

La moyenne arithmétique est toujours plus grande que la moyenne géométrique.

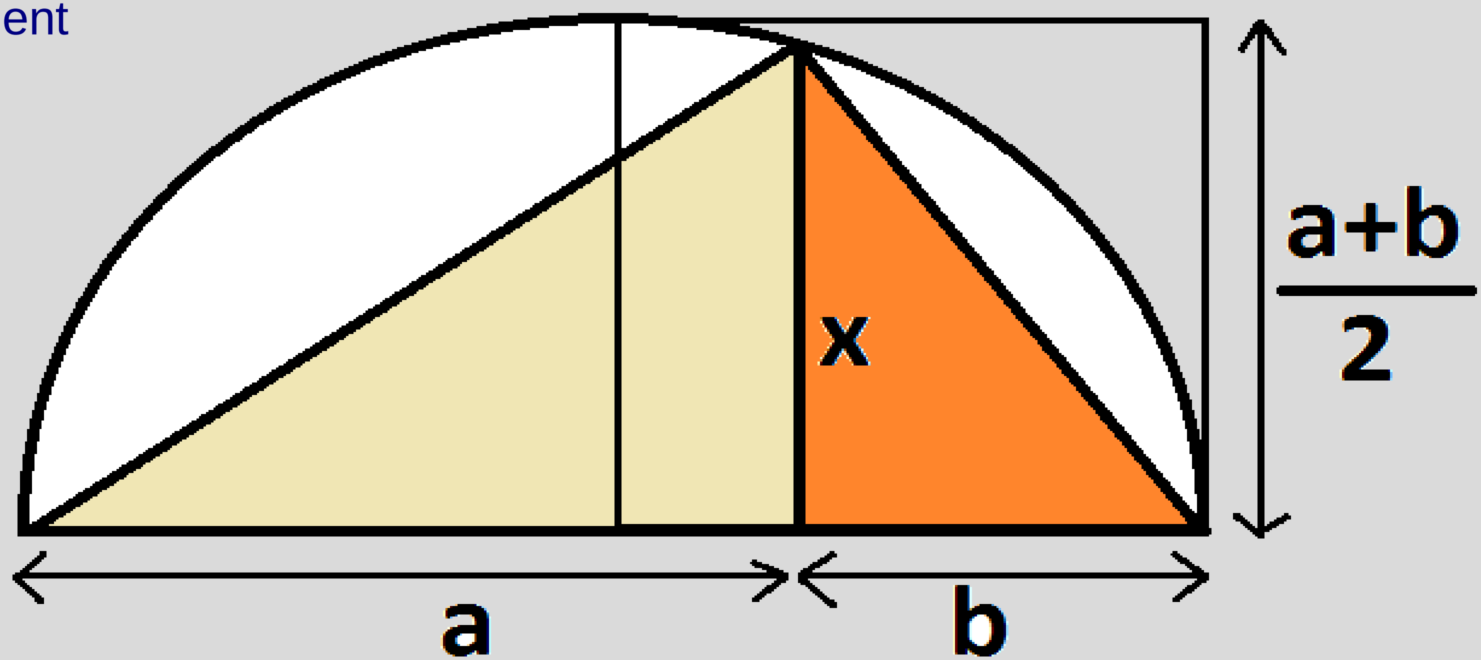
Avec égalité seulement si a et b sont égaux.

#Sommaire

Comparaison des moyennes (1).

Précédent

Suivant



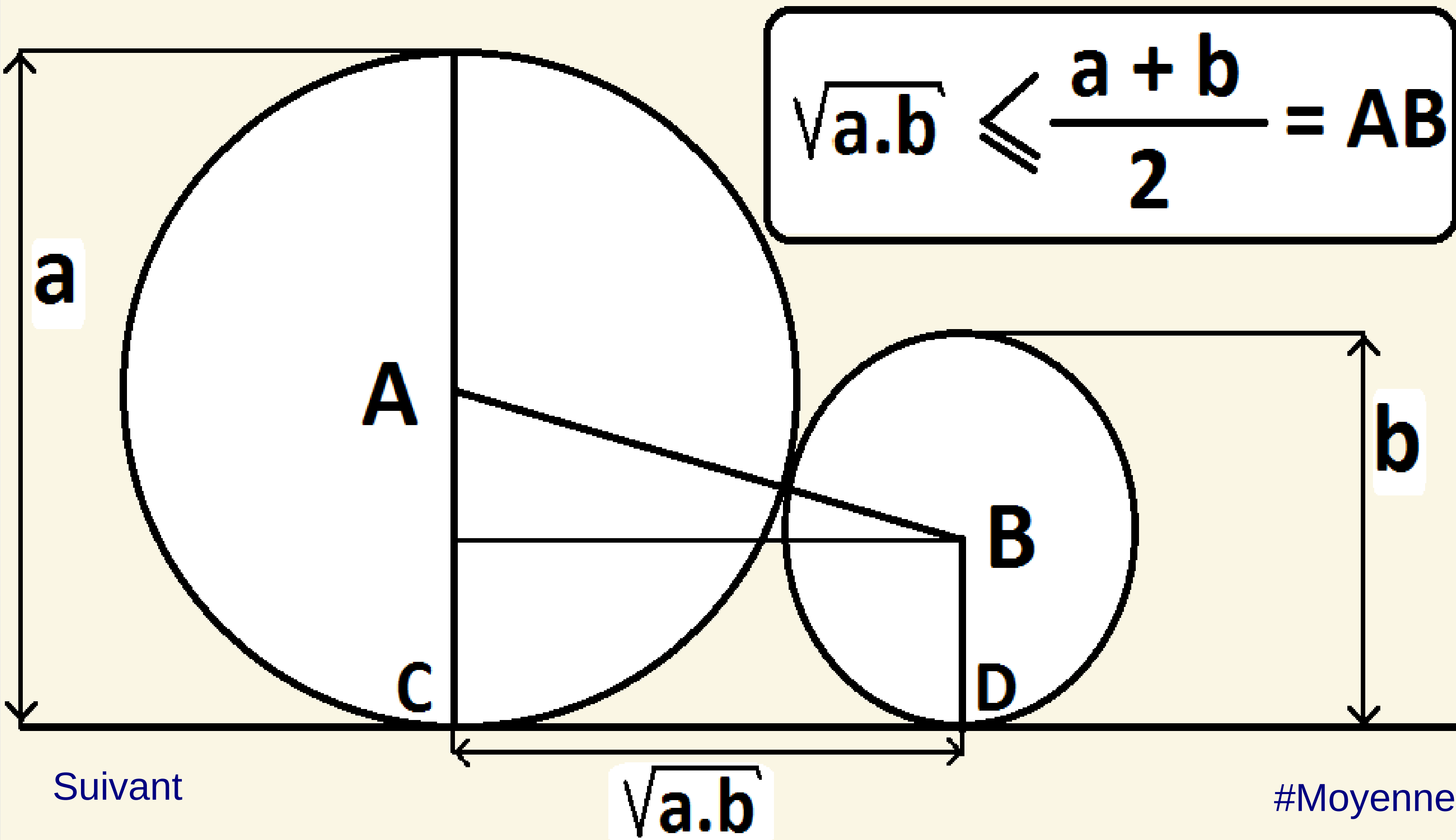
$$\frac{x}{a}=\frac{b}{x}$$ triangles semblables

$$\sqrt{a.b}\leqslant\frac{a+b}{2}$$

#Moyennes

Comparaison des moyennes (2).

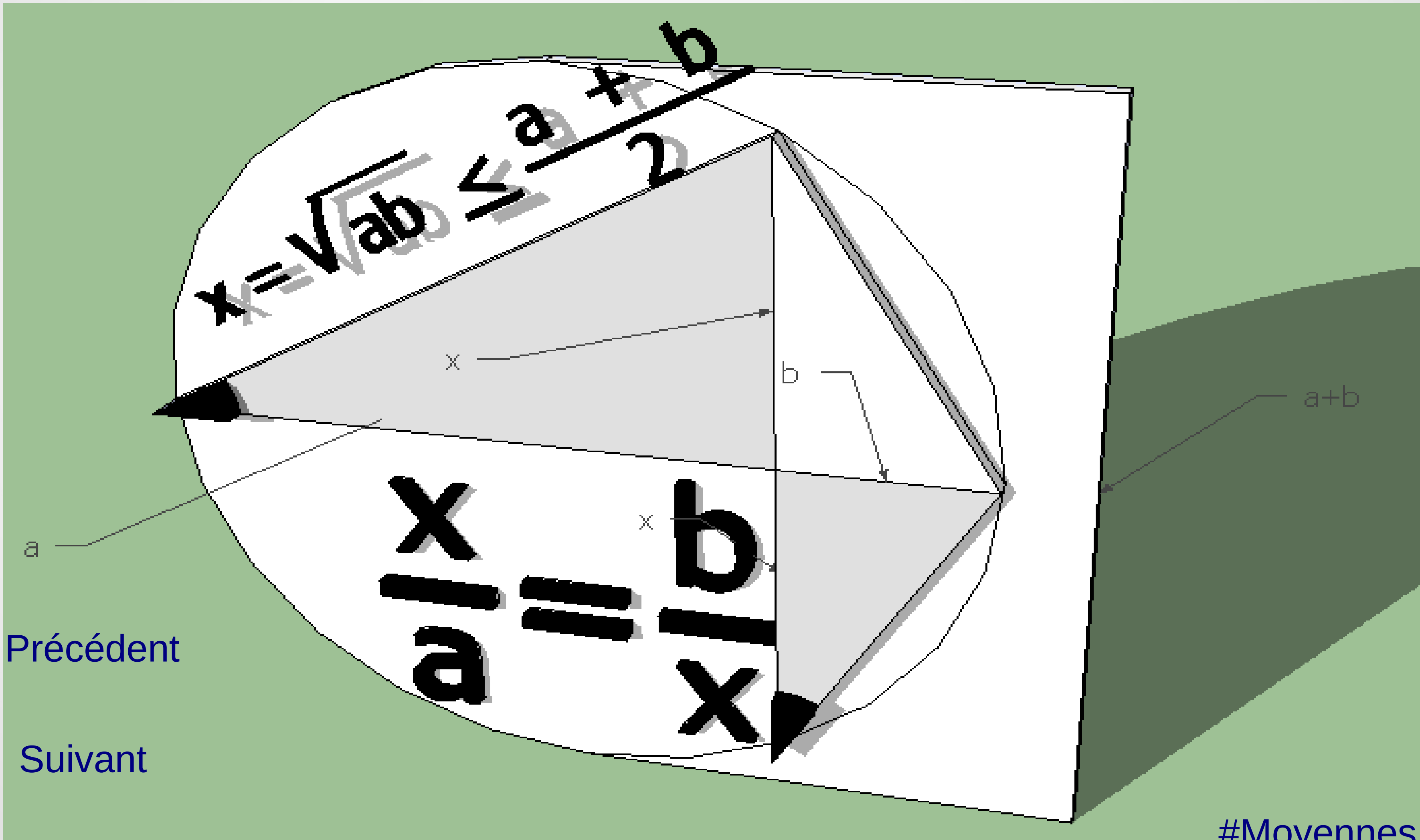
Précédent



Suivant

#Moyennes

Comparaison des moyennes (3).

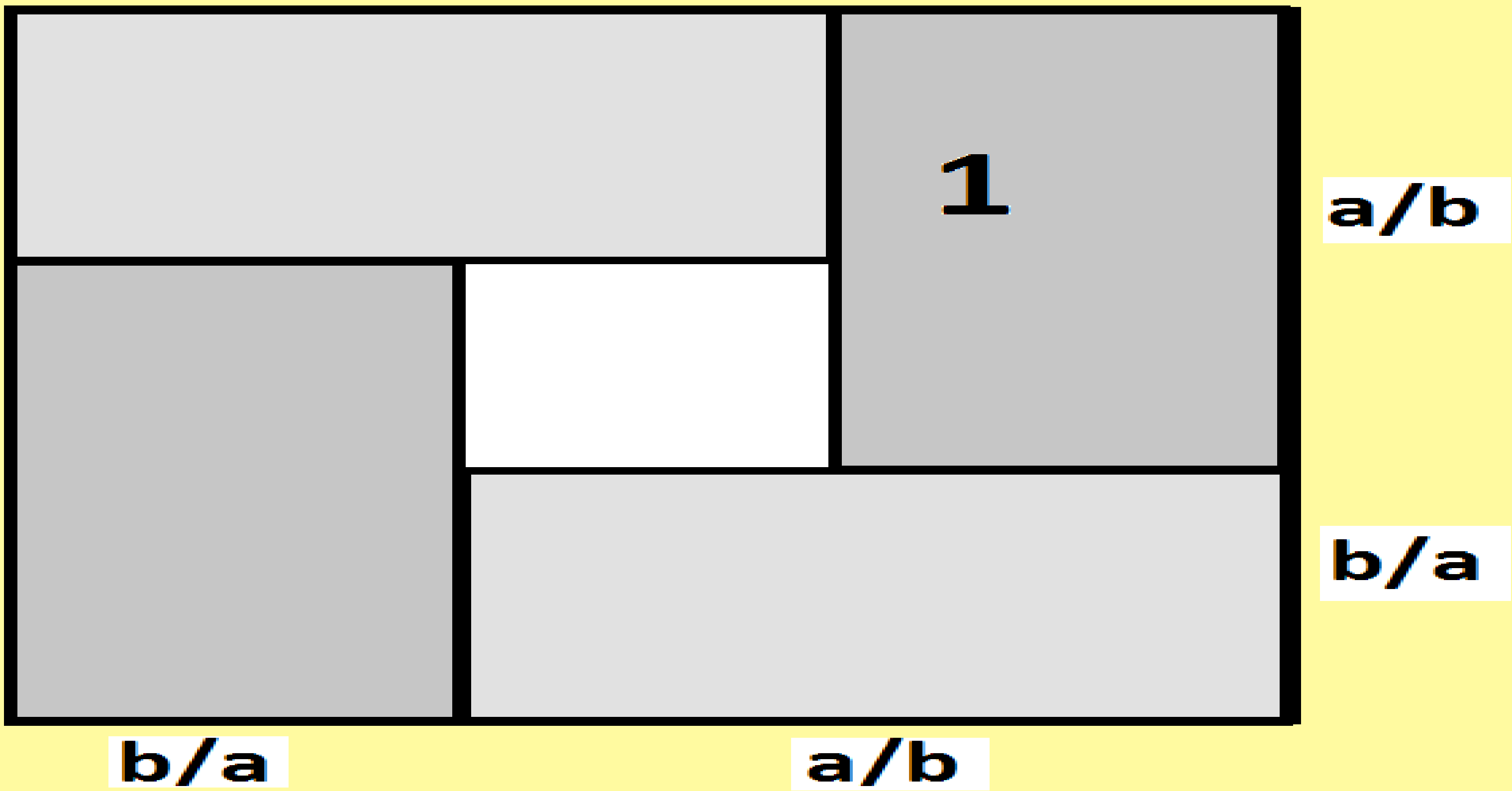


Précédent

Suivant

#Moyennes

Comparaison des moyennes (4).



Précédent

Suivant

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$$

#Moyennes

Trigonométrie.

* Résolution d'équations trigonométriques[Eq]

* Angles complémentaires[Comp]/supplémentaires[Supp]

* $\cos^2$ est aussi une sinusoïde[Carré].

* Angle au centre[Centre]

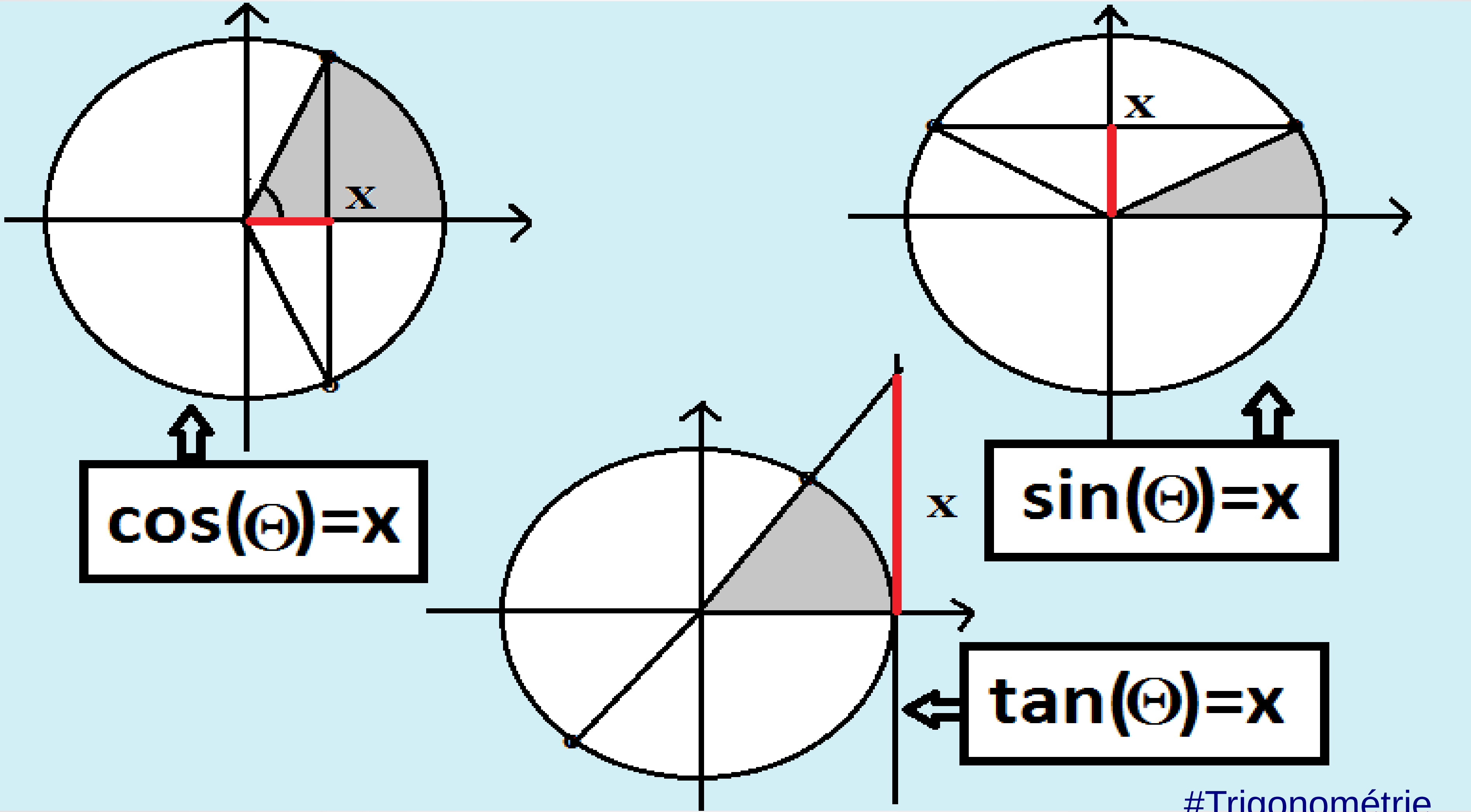
* Module et argument de $1+e^{i\theta}$ [Plus] et $1-e^{i\theta}$ [Moins]

* Sommes d'arctangentes[Atan].

* Arc moitié[Moitié].

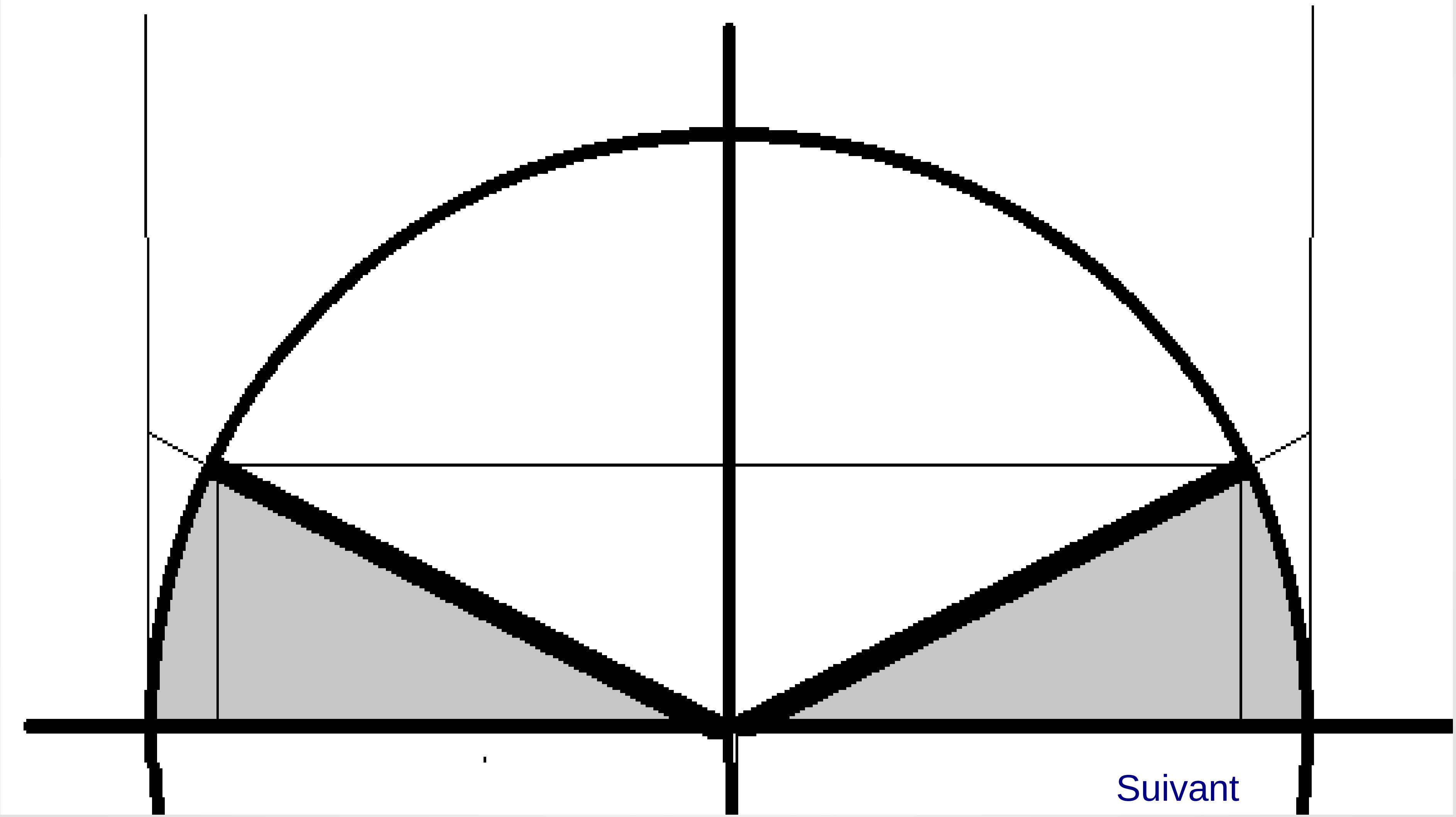
#Sommaire

Equations trigonométriques.



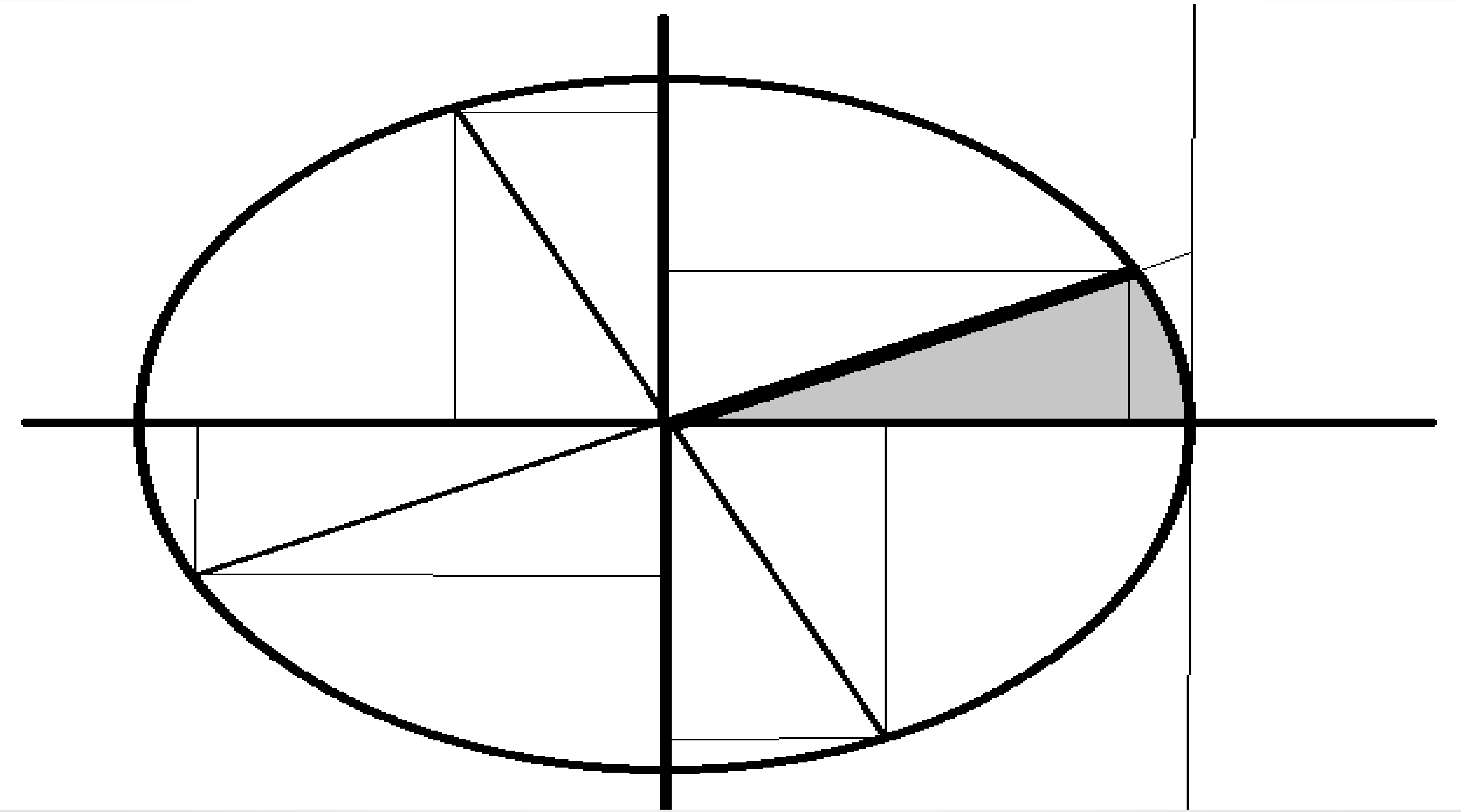
#Trigonométrie

Cos(π–θ) et sin(π–θ).



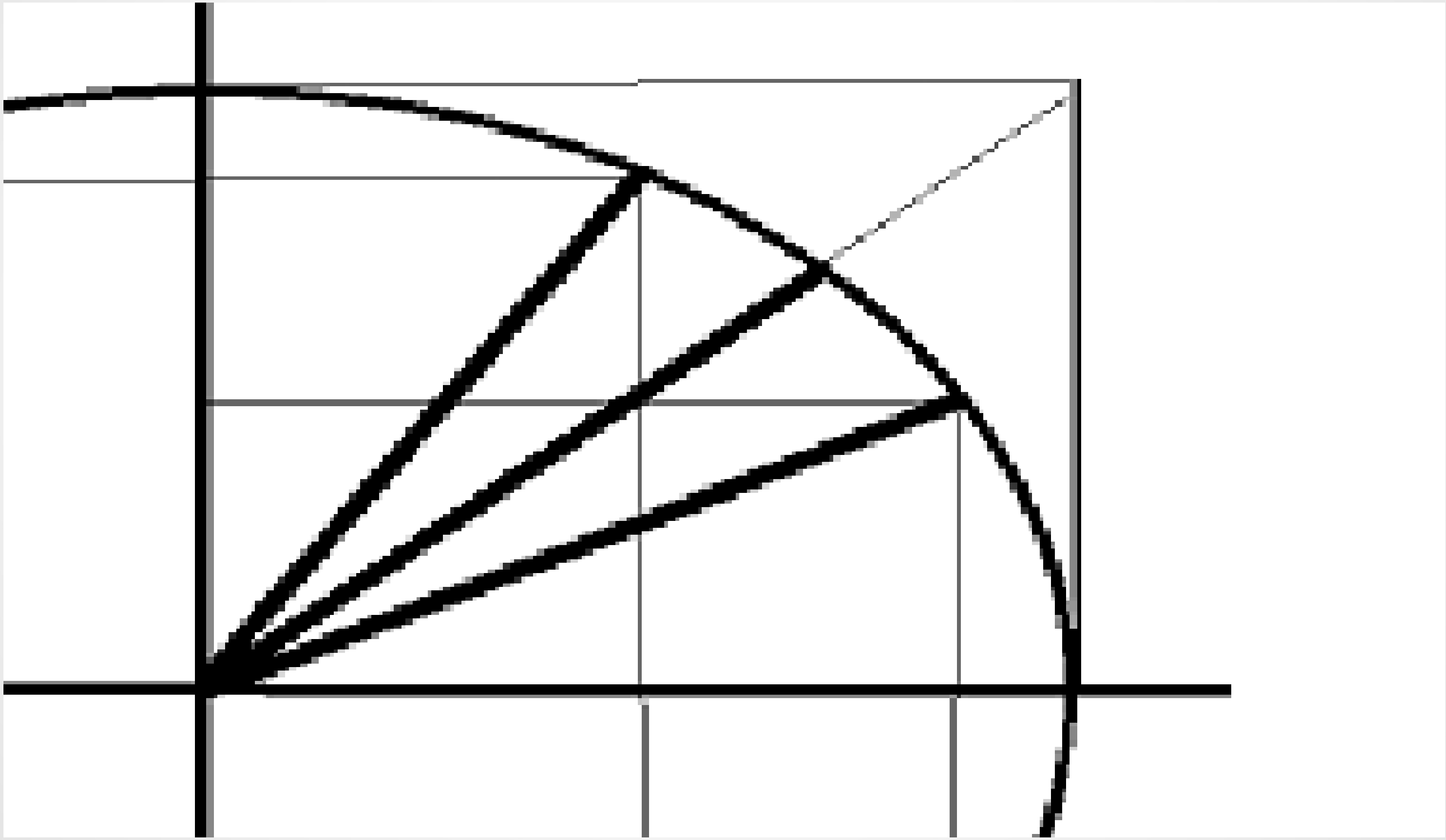
Suivant

Cos(θ+π) et sin(θ+π).



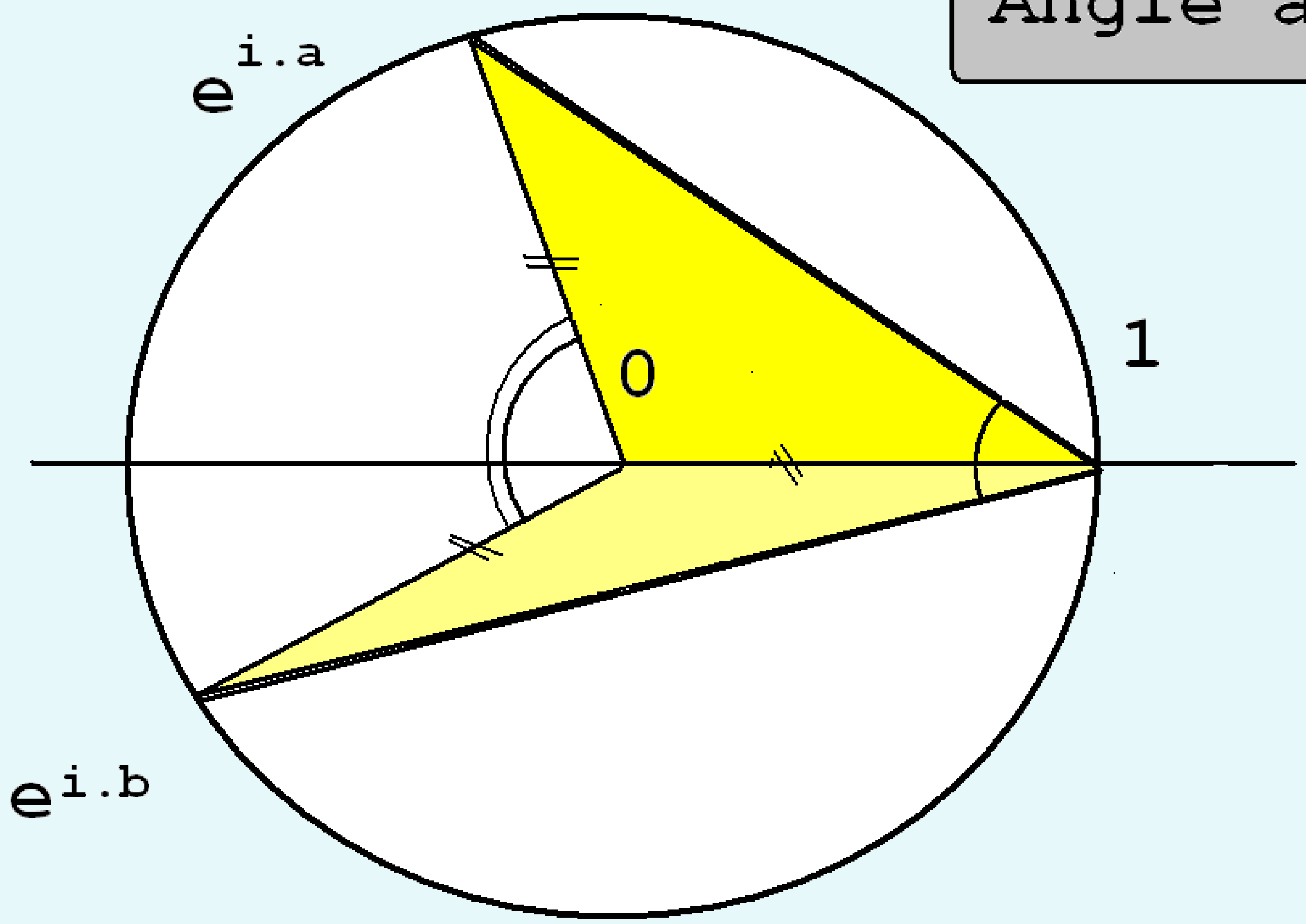
#Trigonométrie

Angles complémentaires.



#Trigonométrie

Angle au centre (1).

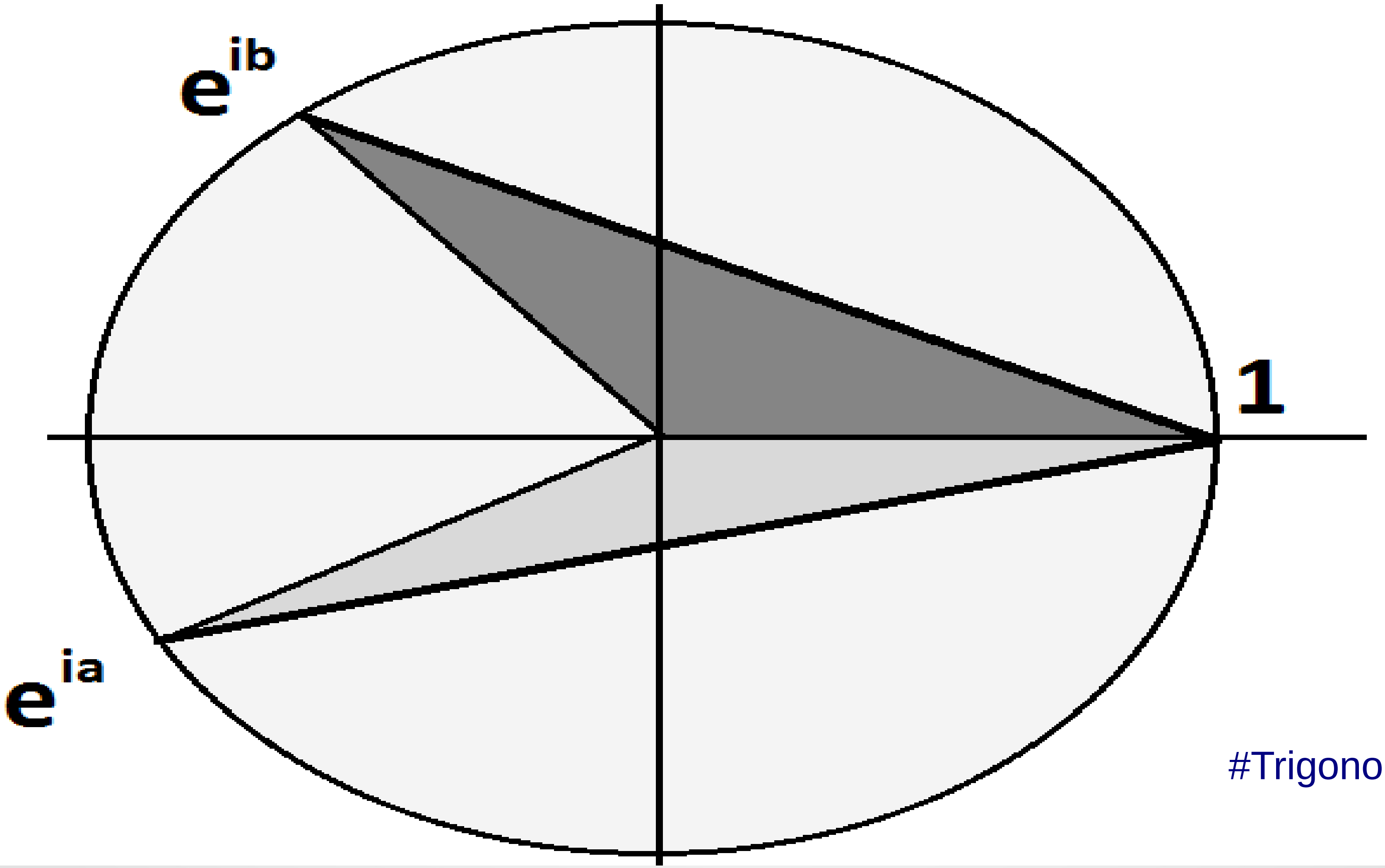


Angle au centre

L'angle en O est le double de l'angle en 1

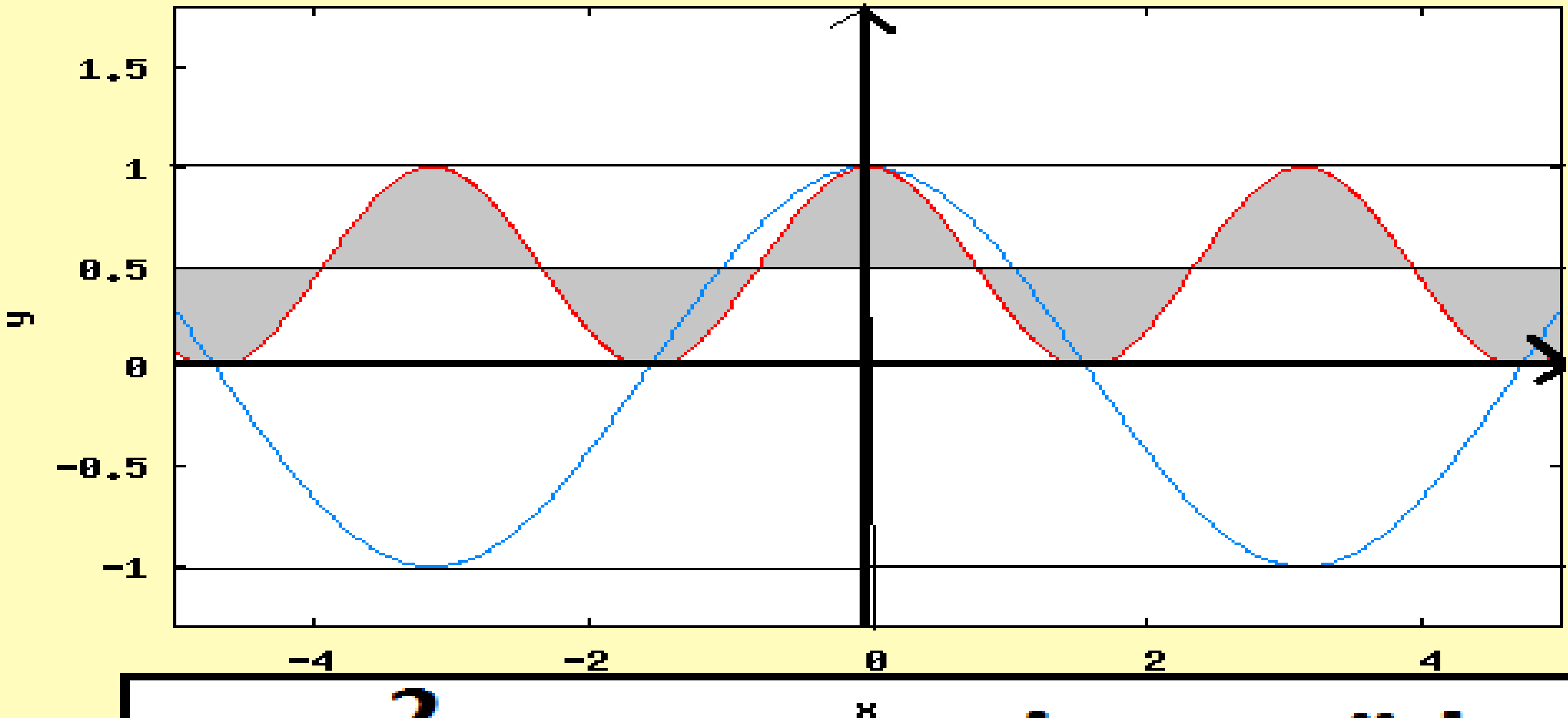
Suivant

Angle au centre (2).



#Trigonométrie

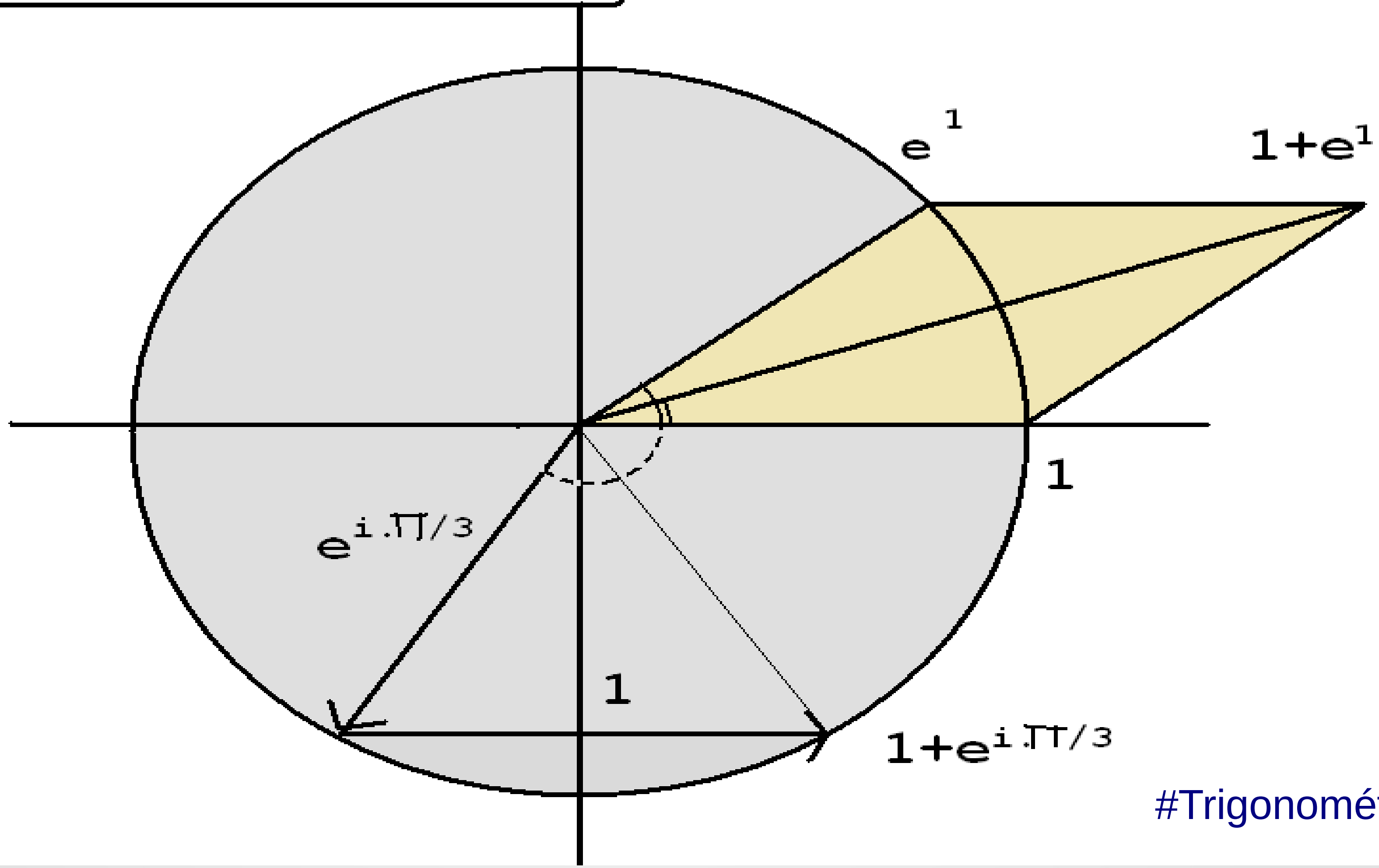
$$\cos^2(\Theta) = (1+\cos(2.\Theta)) / 2$$



cos^2 est une sinusoïde

Module et argument de $1+e^{i\Theta}$

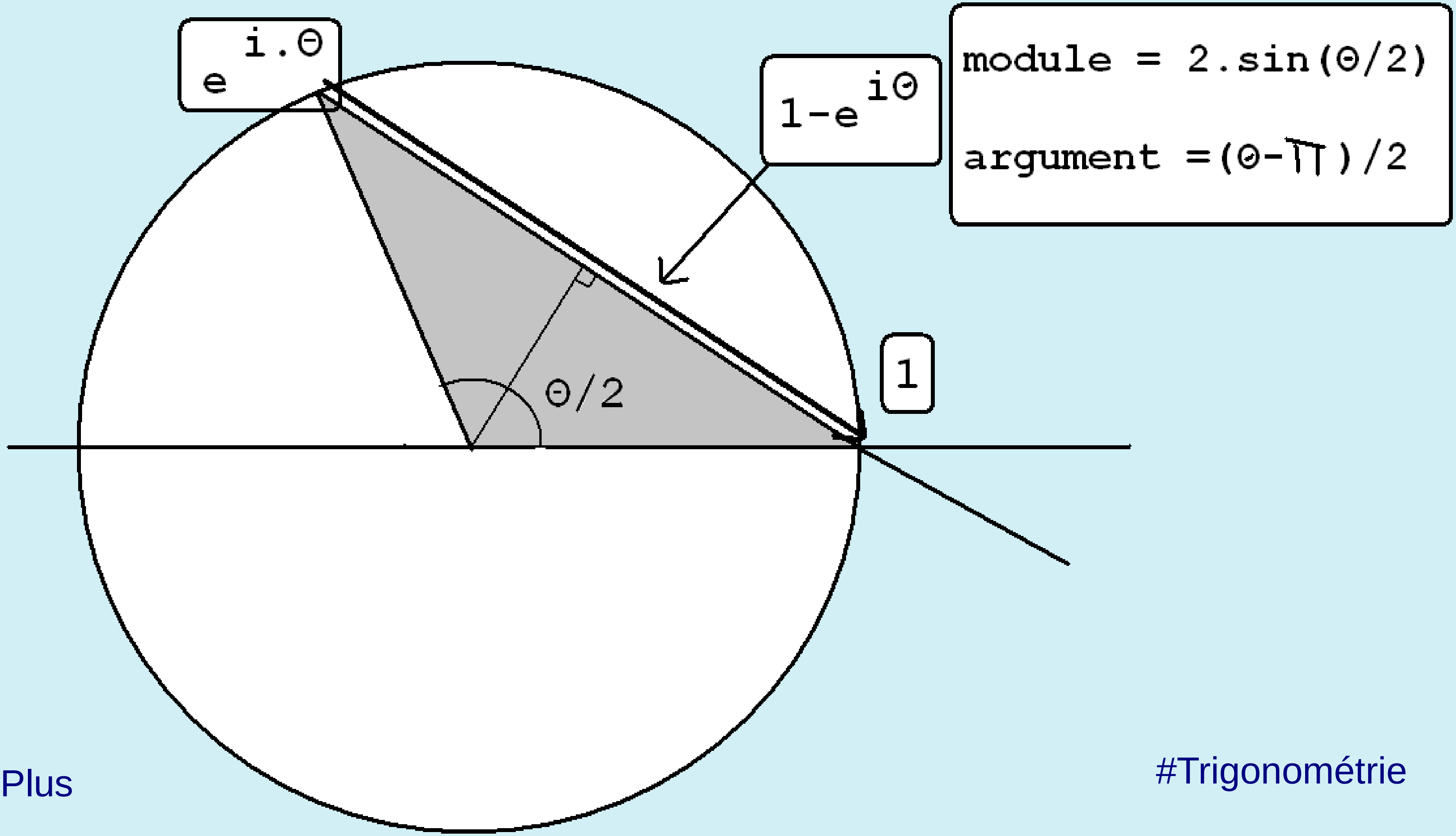
$$1+e^{i.a}=2.\cos(a/2).e^{i.a/2}$$



Moins

#Trigonométrie

Module et argument de $1-e^{i\Theta}$.



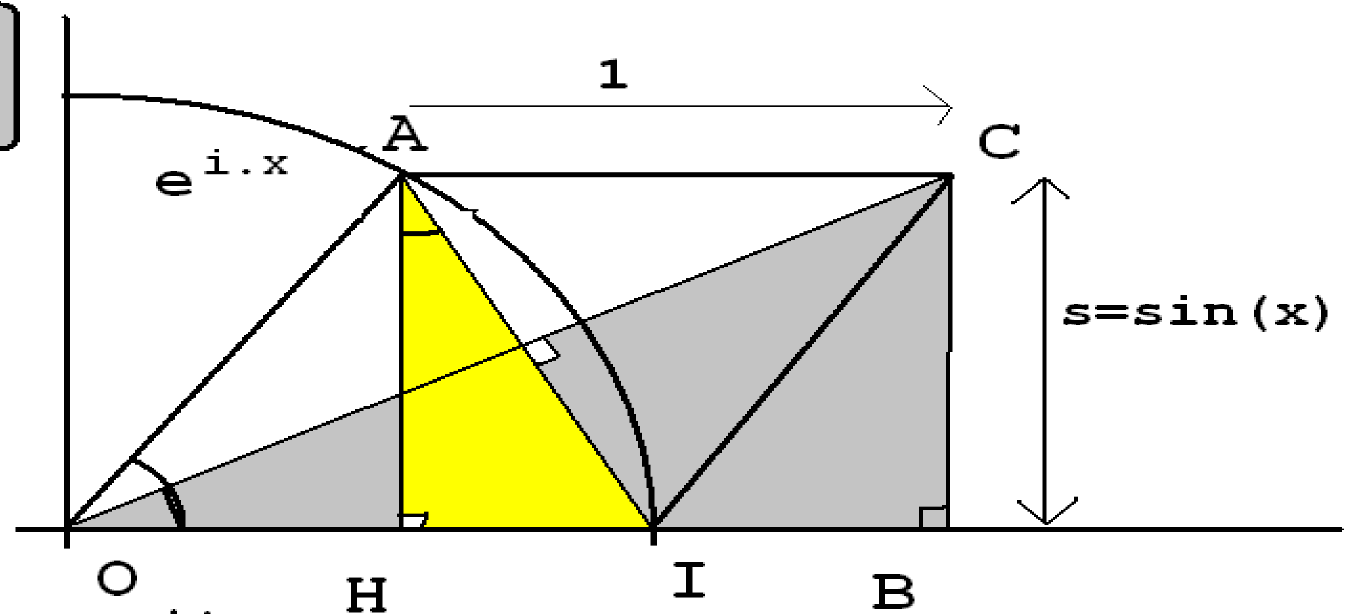
Plus

#Trigonométrie

Formules en arc moitié.

$s = \sin(x)$
$t = \tan(x/2)$

Montrez que les deux angles en O et en A valent x/2.



Montrez : HI = s*t

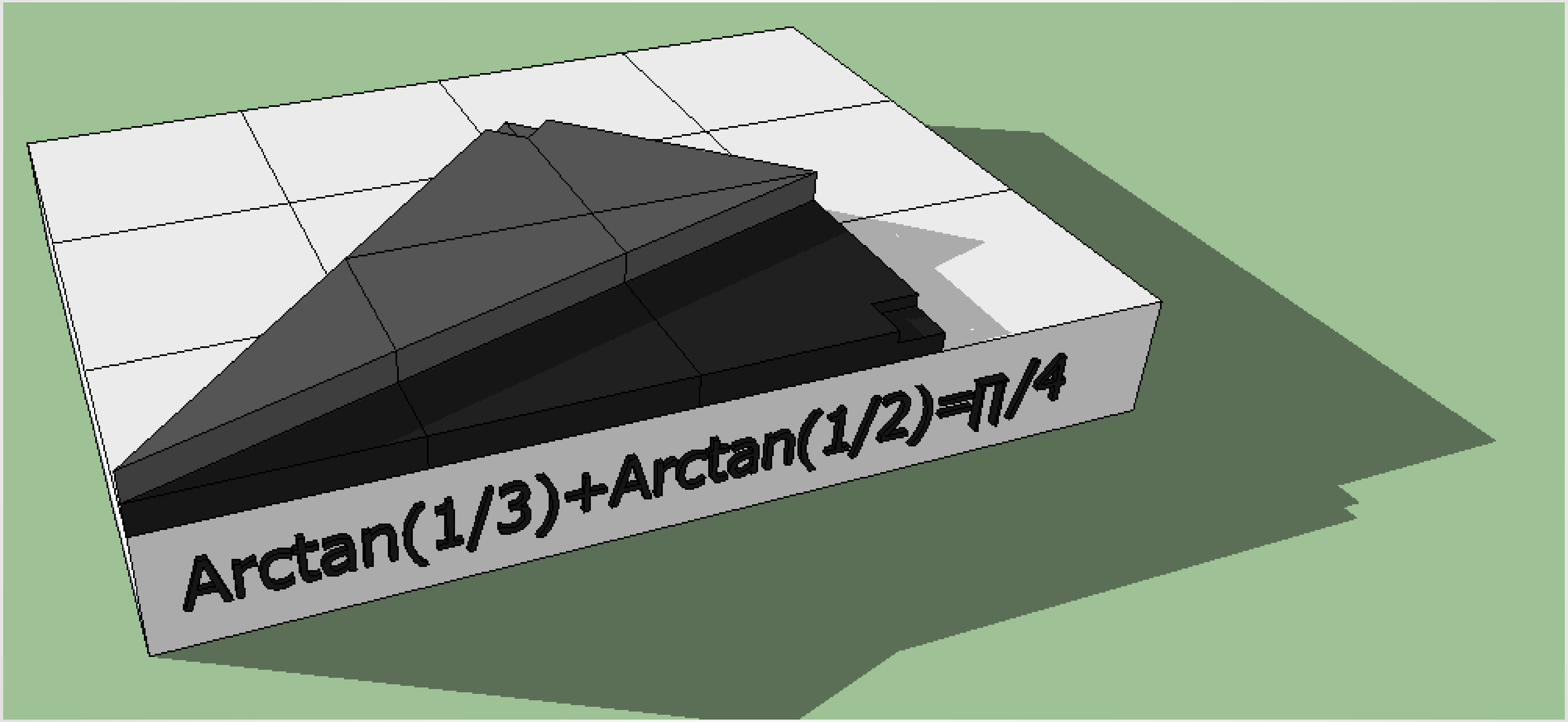
Exprimez OB à l'aide de s et t

A l'aide du triangle (OBC) retrouvez la formule

$$s = \frac{2.t}{1 + t^2}$$

#Trigonométrie

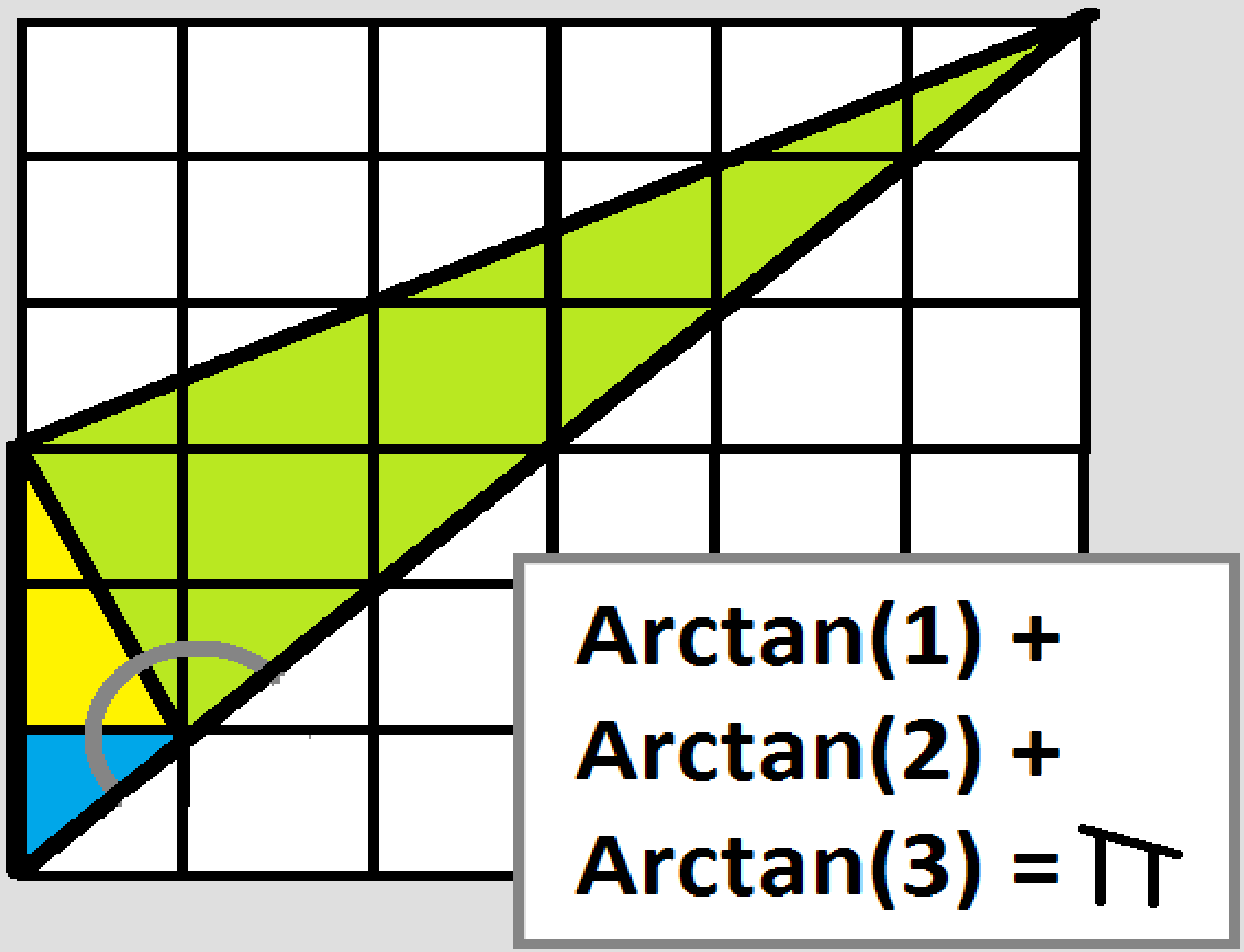
Somme d'arctangentes (1).



Suivant

#Trigonométrie

Somme d'arctangentes (2).



Précédent

#Trigonométrie

Sommes.

* Sommes des premiers entiers Somme

* Somme des premiers entiers impairs Impairs

* Somme des carrés des premiers entiers Carrés

* Somme des cubes des premiers entiers Cubes

* Somme des inverses

* Somme des inverses des carrés Zeta(2)

Formules

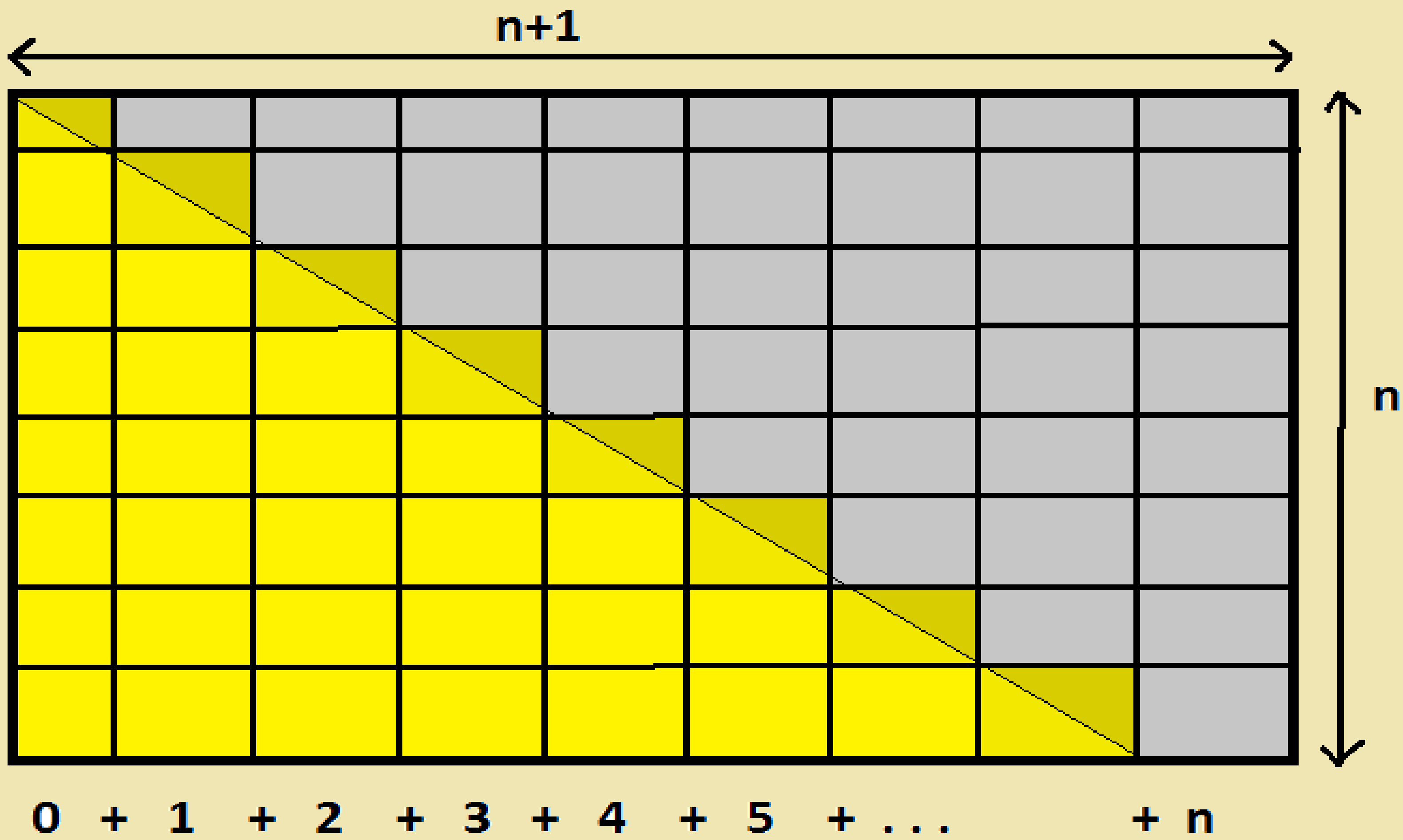
#Sommaire

Sommes (formules).

- $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \sum_{k=0}^{n} k = \frac{n.(n+1)}{2}$
- $1 + 3 + 5 + \ldots + (2.n - 1) = \sum_{k=1}^{n} (2.k - 1) = n^2$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n.(n+1).(2.n+1)}{6}$
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n.(n+1)}{2}\right)^2$
- $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = +\infty$
- $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$

#Sommes

Sommes des premiers entiers (1).



Formule

#Sommes

Sommes des premiers entiers (2).

On pose : $A_n = 0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + n$

Donc : $A_n = n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + \ldots + 0$

On somme : $2.A_n = n + n + n + n + \ldots + n$

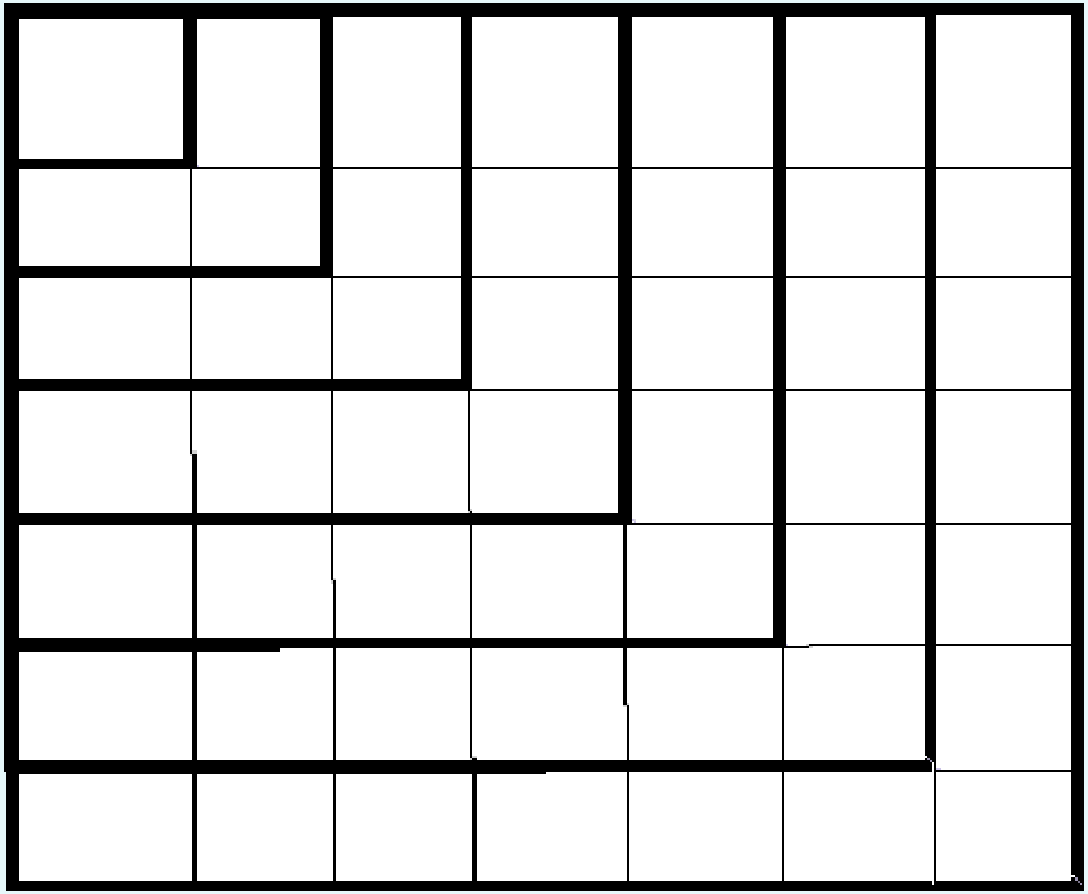
On compte : $2.A_n = n.(n+1)$

On divise par 2.

Visuel

#Sommes

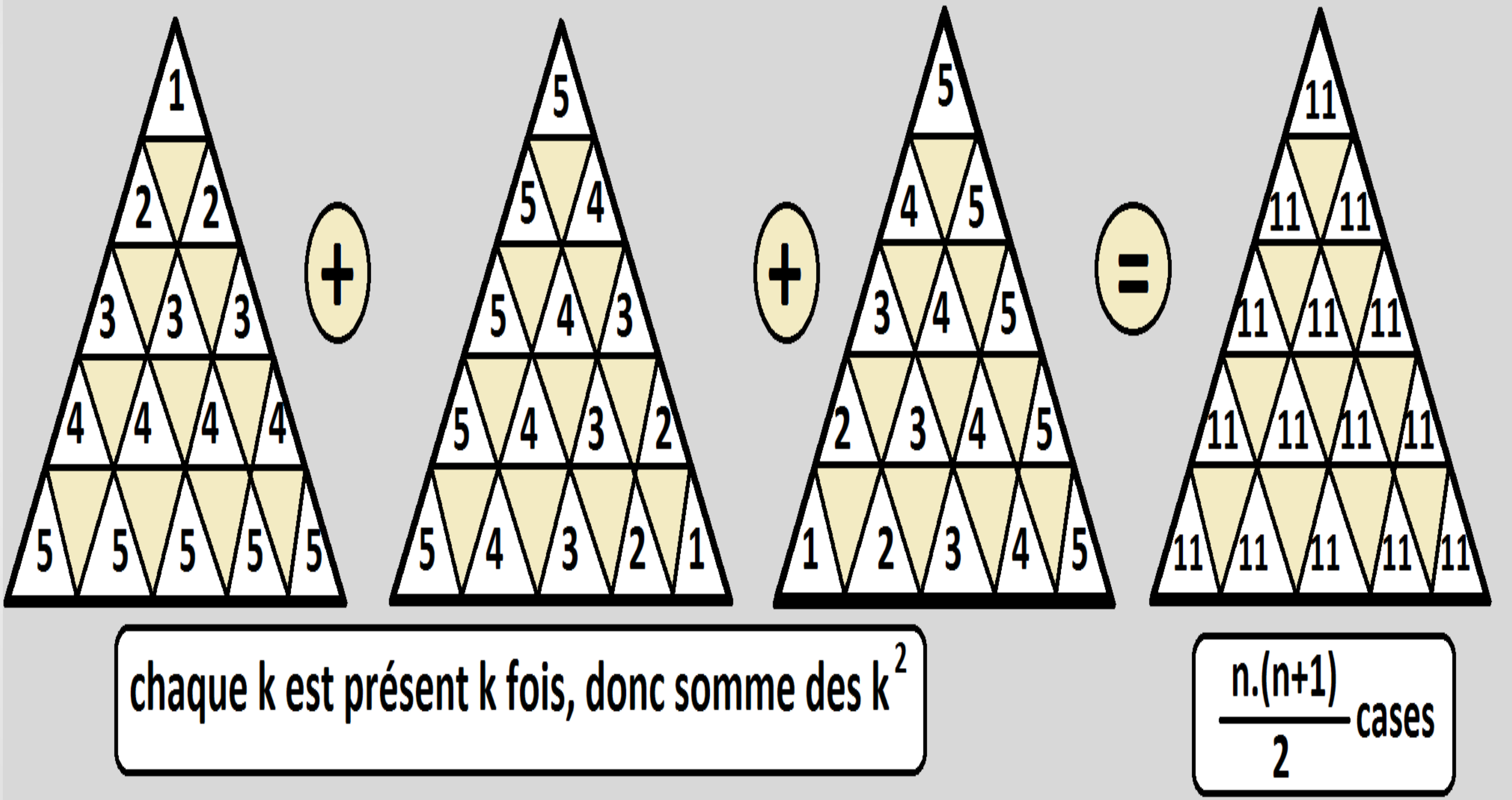
Somme des premiers impairs.



$$1+3+5+\ldots+(2.n-1) = n^2$$

#Sommes

Somme des premiers carrés (1).

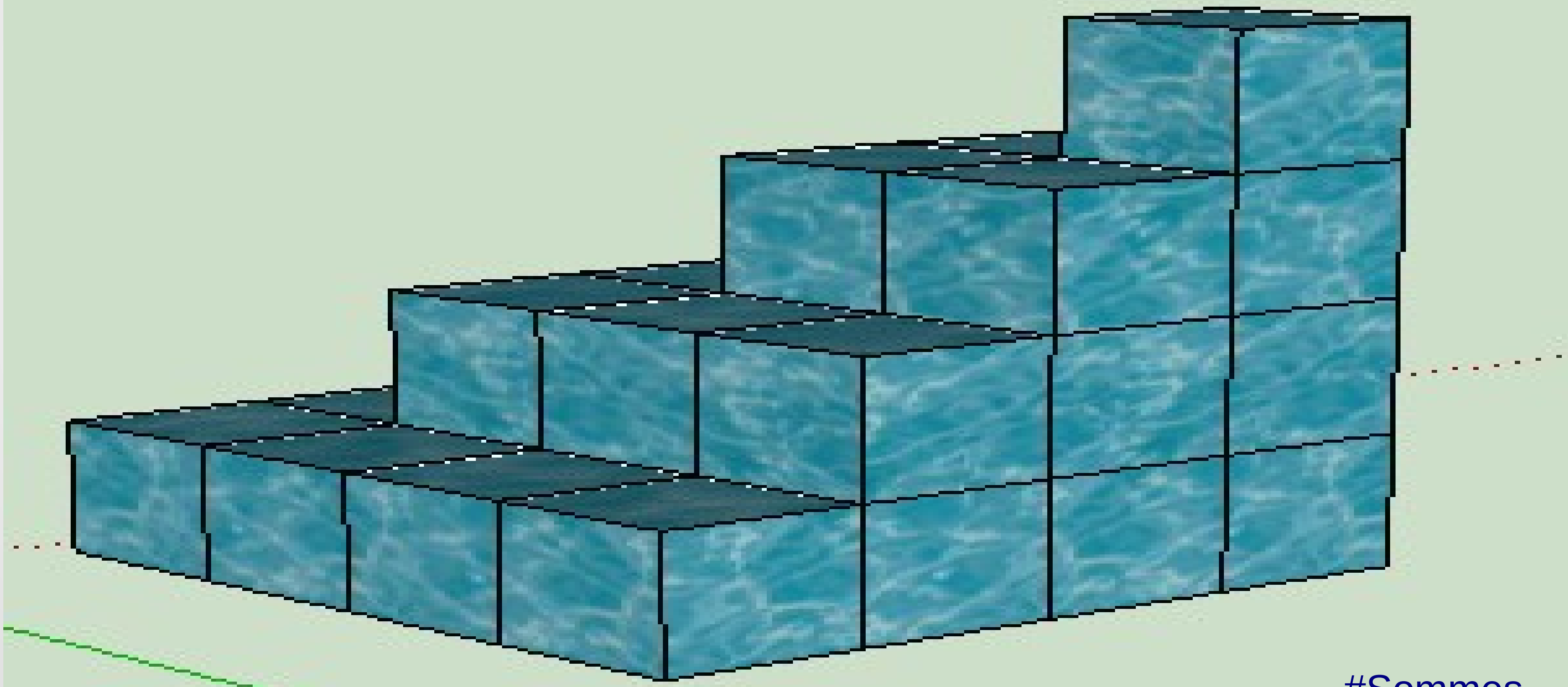


Suivant

#Sommes

Somme des premiers carrés (2).

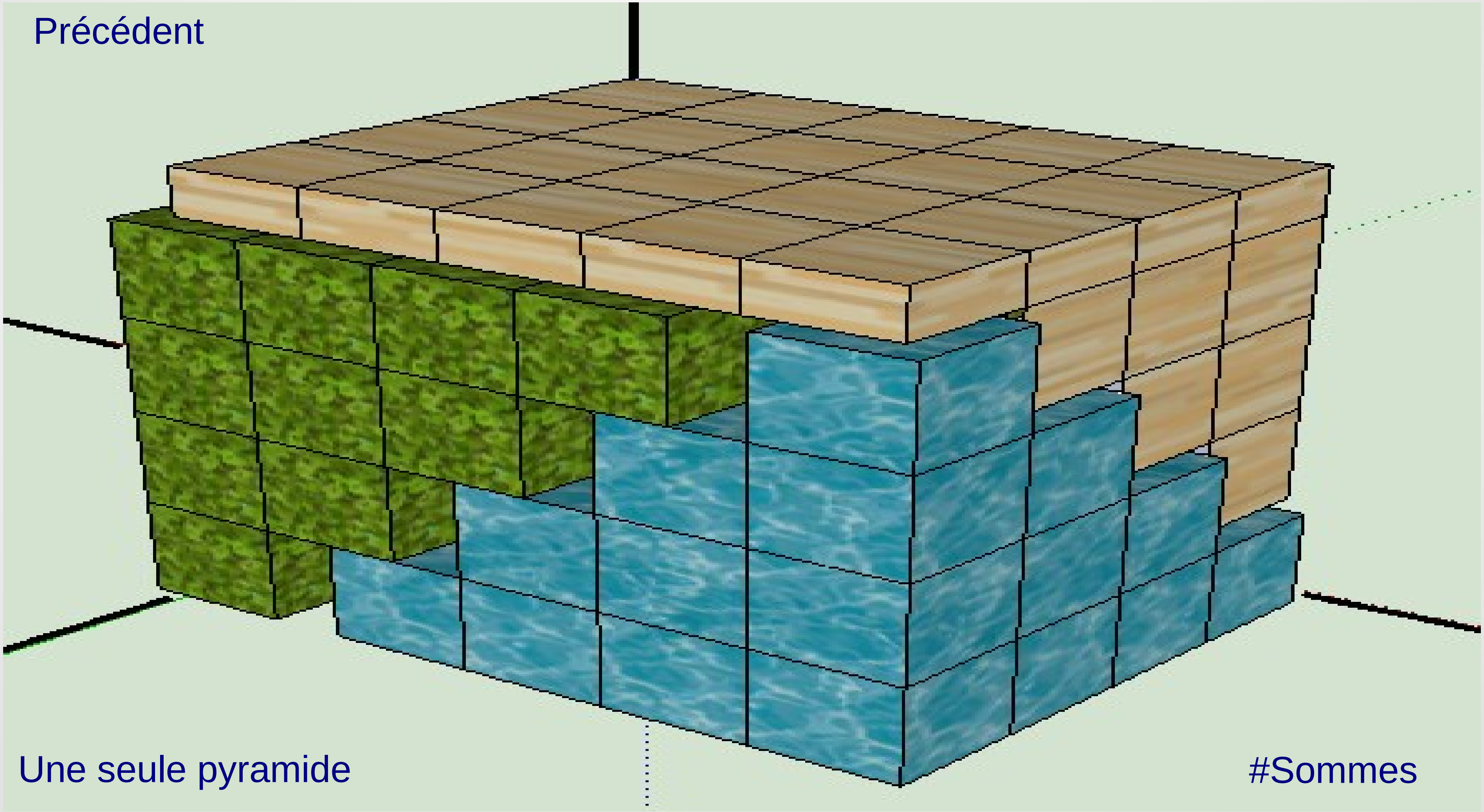
Précédent



Assemblage de trois pyramides

#Sommes

Somme des premiers carrés (3).



Somme des premiers cubes (1).

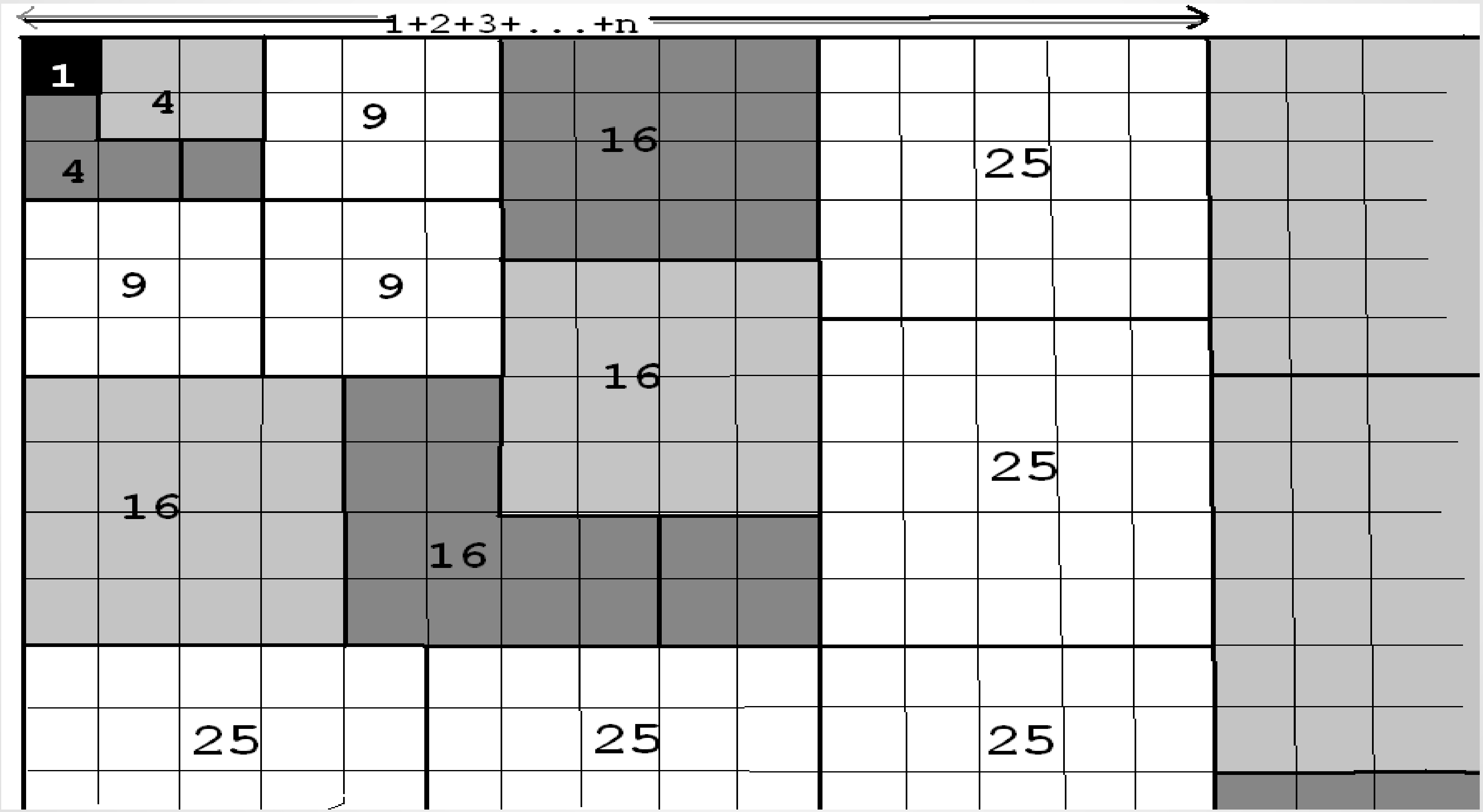
$$\sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n.(n+1)}{2}\right)^2$$

1^3	1.1	2.1	3.1	4.1	5.1	6.1	7.1
2^3	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2
3^3	1.3	2.3	3.3	4.3	5.3	6.3	7.3
4^3	1.4	2.4	3.4	4.4	5.4	6.4	7.4
5^3	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5
6^3	1.6	2.6	3.6	4.6	5.6	6.6	7.6
7^3	1.7	2.7	3.7	4.7	5.7	6.7	7.7

Suivant

#Sommes

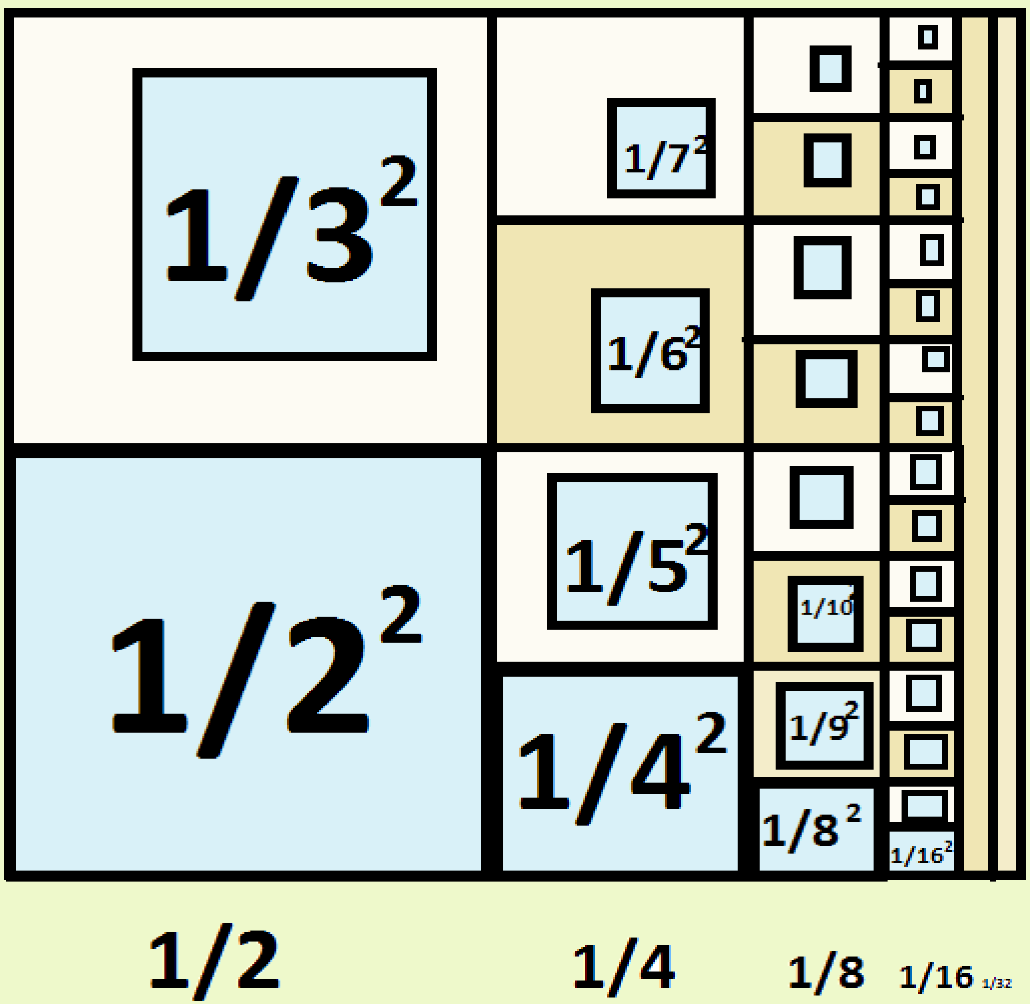
Somme des premiers cubes (2).



Précédent

#Sommes

Existence de ζ(2).



La somme des inverses des carrés des entiers converge et est majorée par 2.

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2} \leqslant 1$$

#Sommes

Séries géométriques.

- Formule générale : $\sum_{k=0}^{n} r^k = \dfrac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$ (avec $r \neq 1$)

Générale

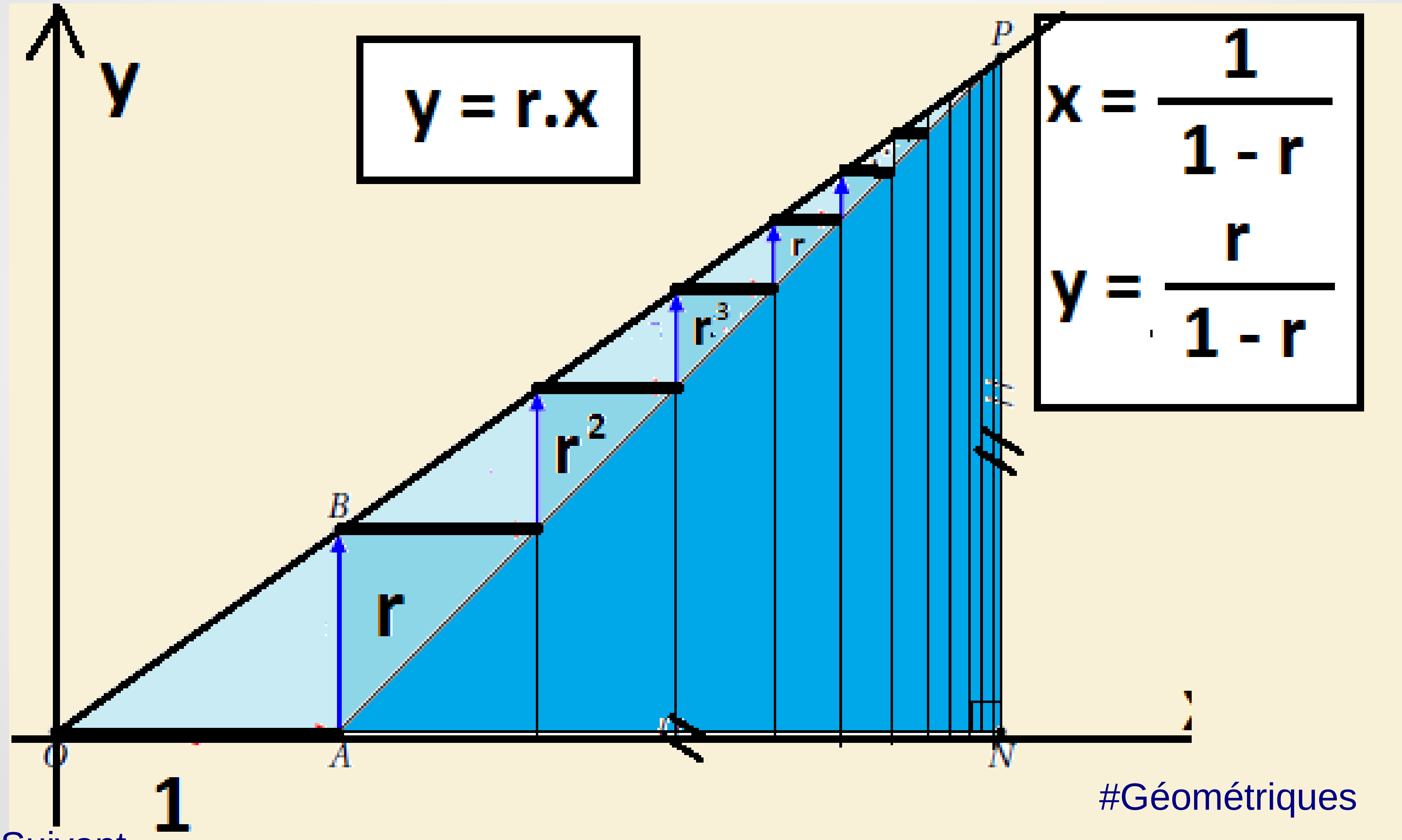
- Passage à la limite : $\sum_{k=0}^{+\infty} r^k = \dfrac{1}{1 - r}$ (avec $|r| < 1$)

- Cas particuliers :

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots = 2$	1/2
$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \ldots = \frac{1}{2}$	1/3
$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \ldots = \frac{4}{3}$	1/4

#Sommaire

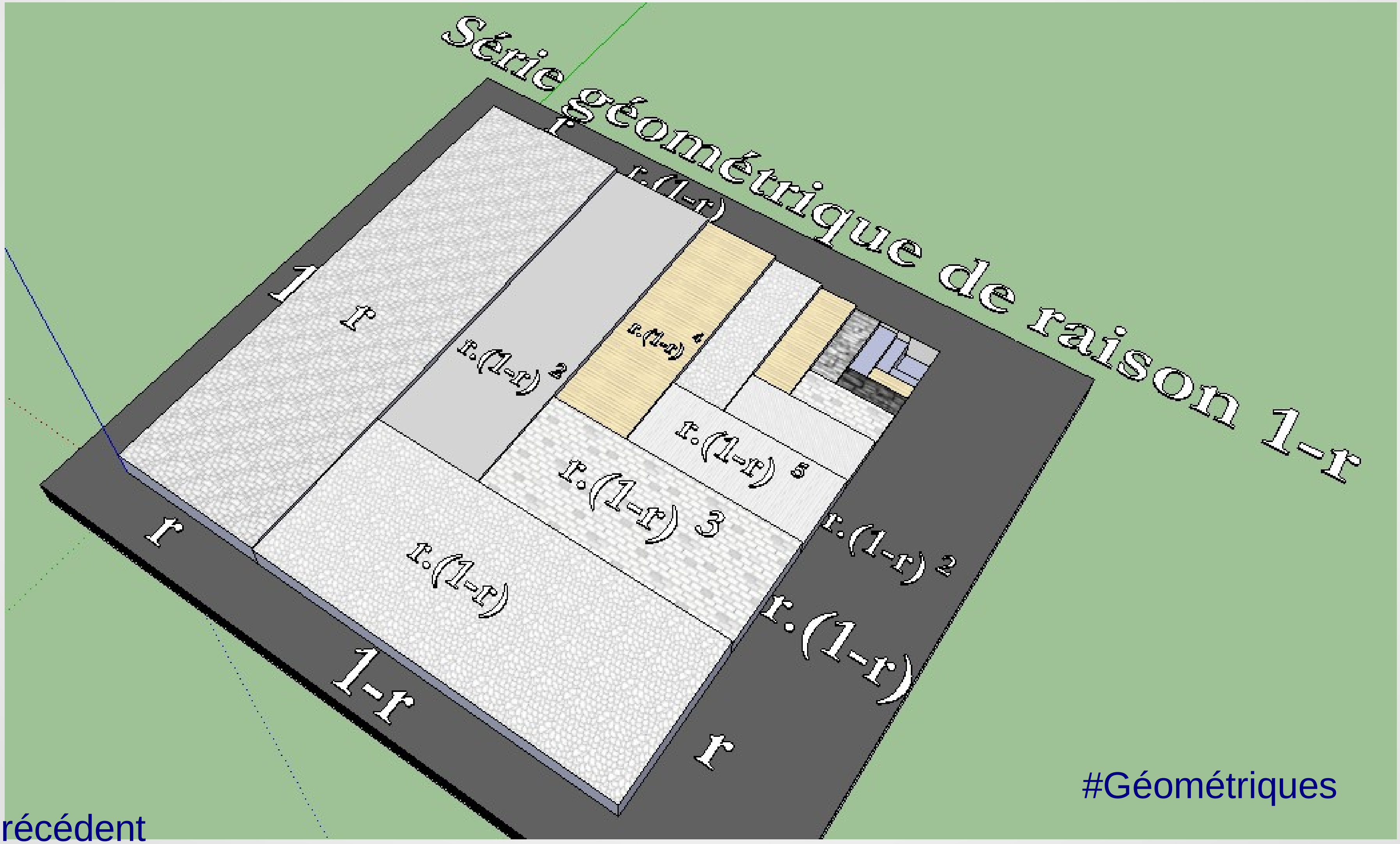
Série géométrique (raison r).



#Géométriques

Suivant

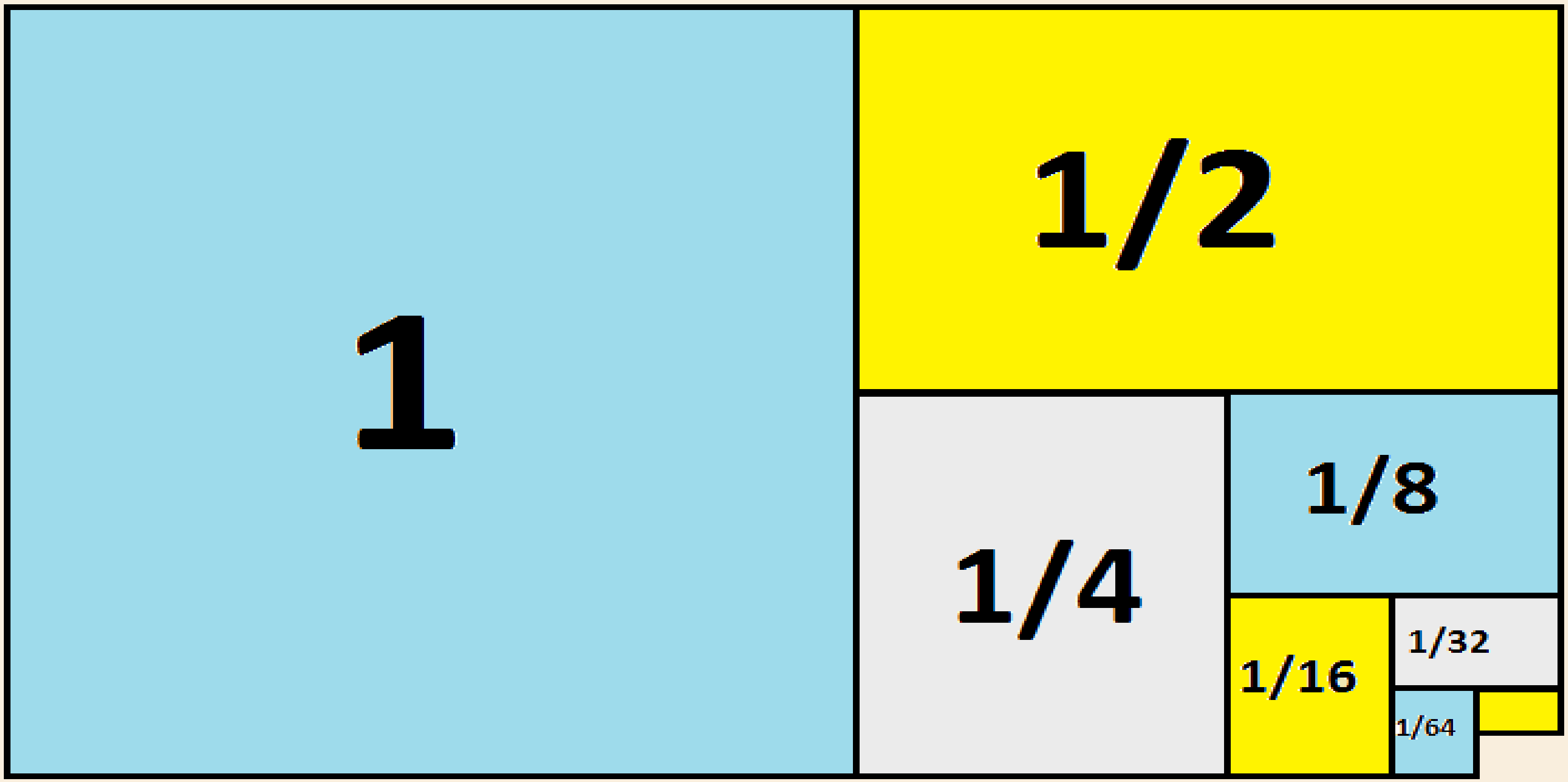
Série géométrique (raison 1-r).



#Géométriques

Précédent

Série géométrique (raison 1/2).

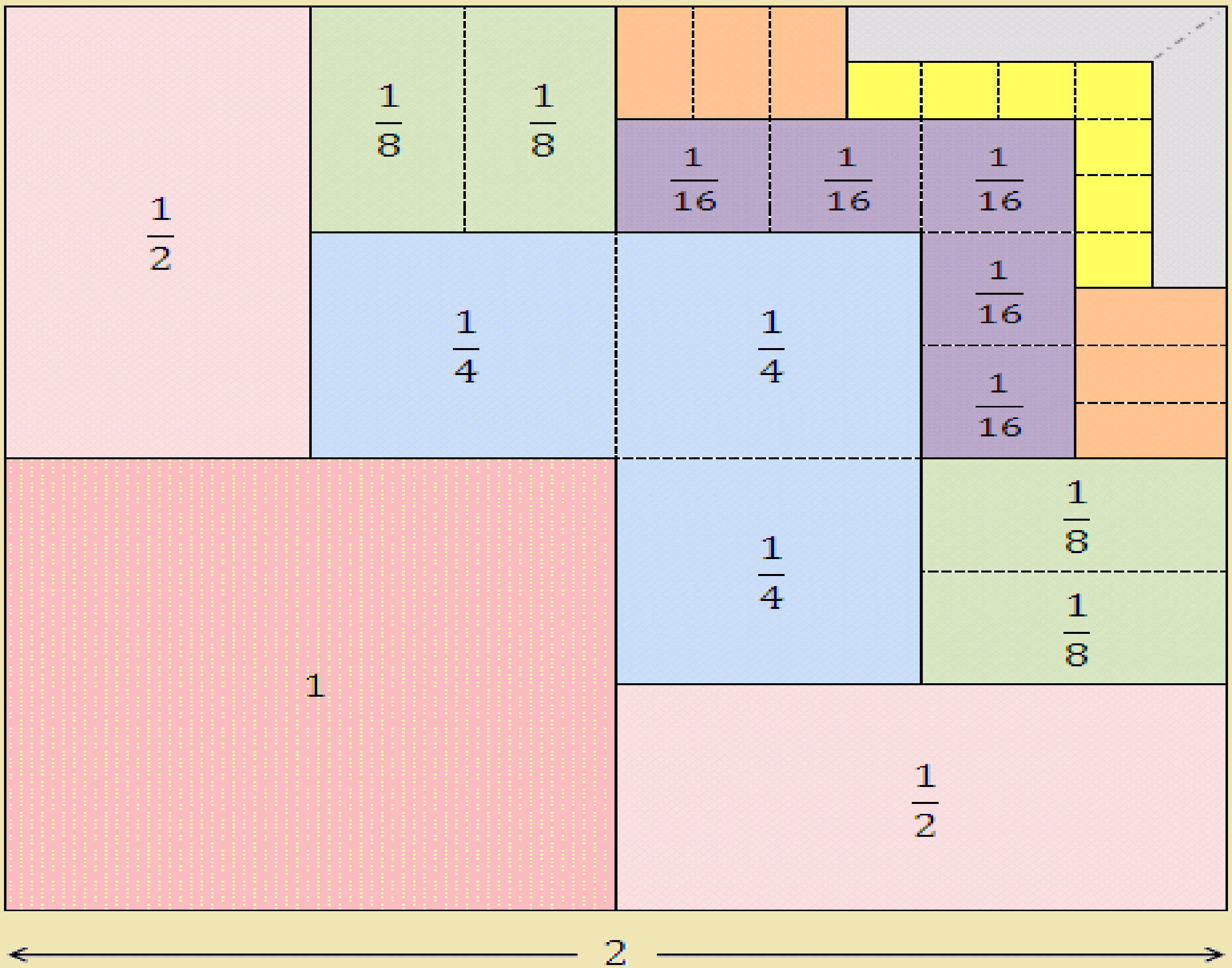


$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\ldots$$

Dérivée

#Géométriques

Série géométrique (raison 1/2).

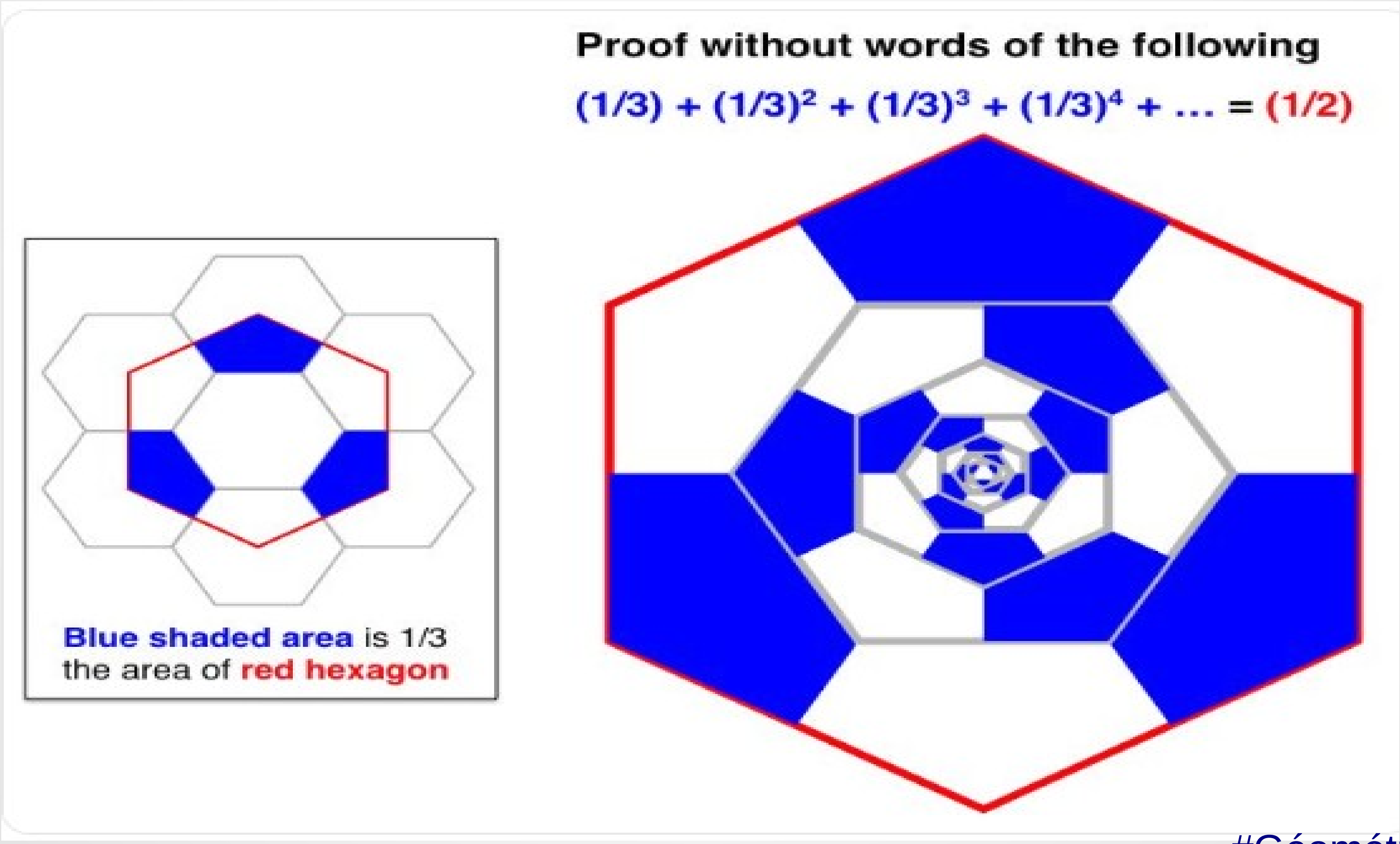


$$1 + 2.\frac{1}{2} + 3.\frac{1}{4} + 4.\frac{1}{8} + 5.\frac{1}{16} + \ldots = 4$$

Raison 1/2

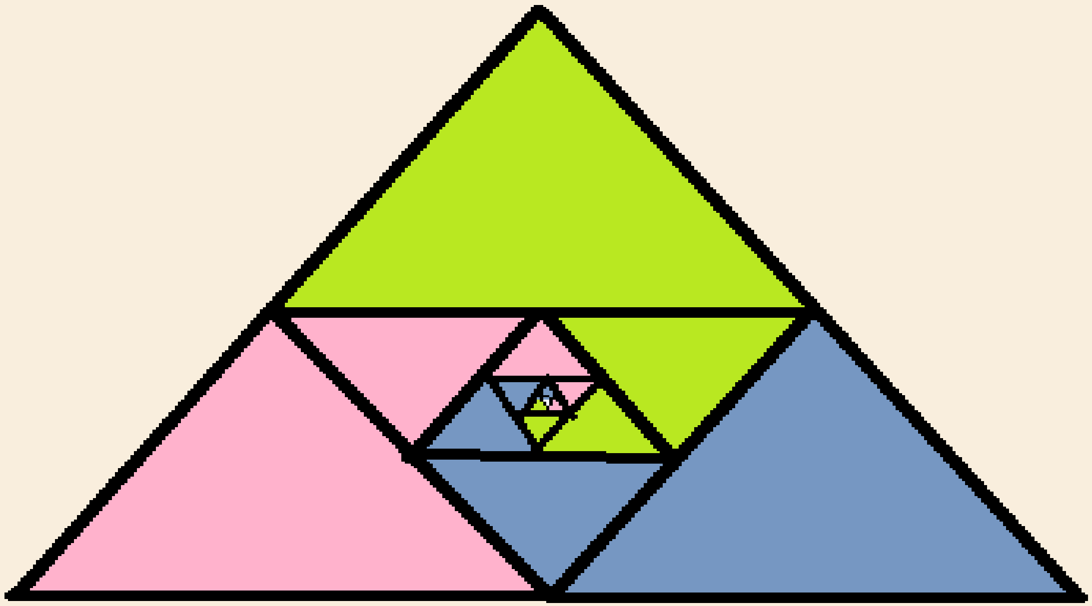
#Géométriques

Série géométrique (raison 1/3).



#Géométriques

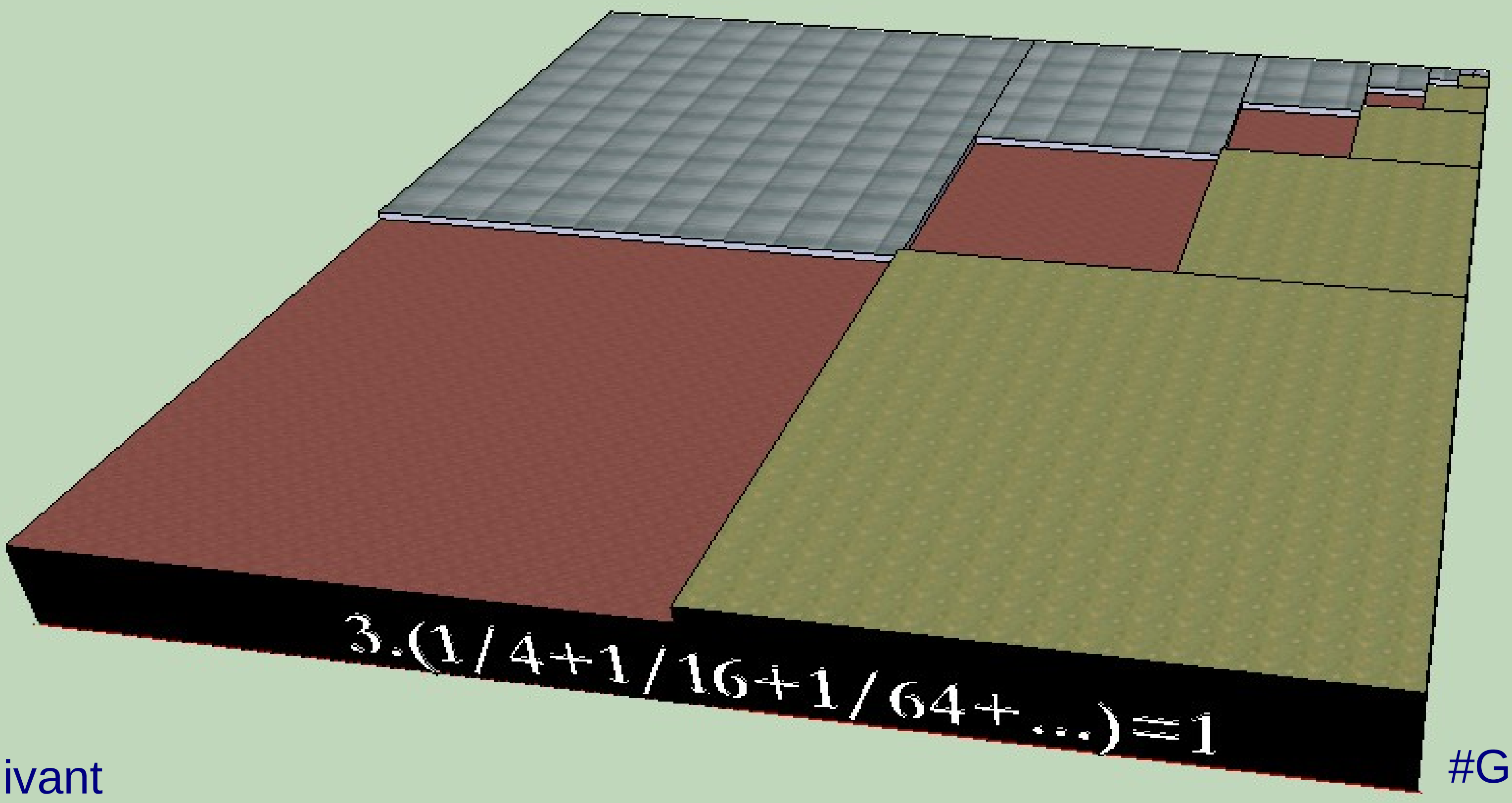
Série géométrique (raison 1/4).



$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{256}+\ \dots\ =\frac{1}{3}\text{x}4$$

Série géométrique (raison 1/4).

Précédent

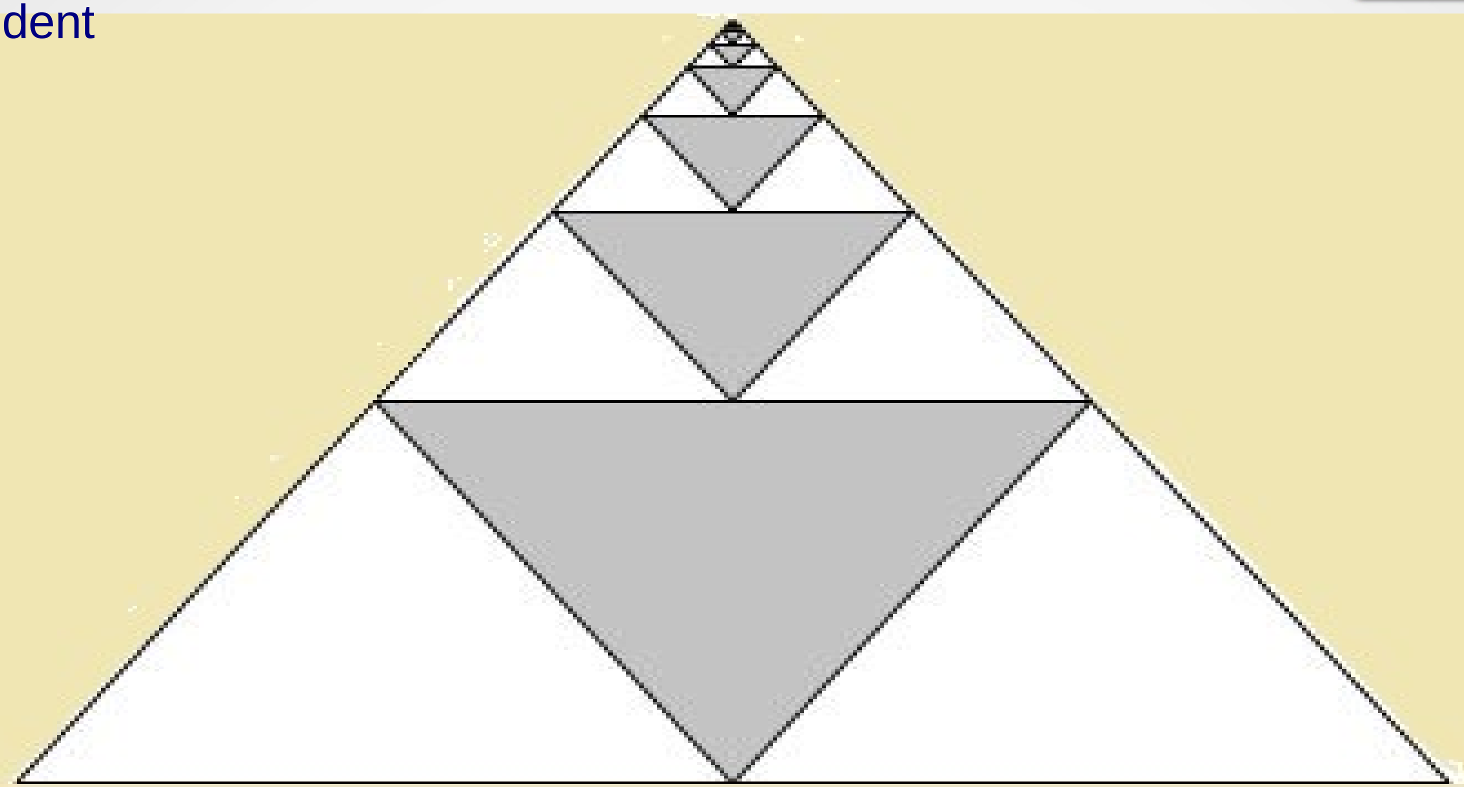


Suivant

#Géométriques

Série géometrique (raison 1/4).

Précédent



$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{4^i} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^5} \cdots = \frac{1}{3}$$

#Géométriques