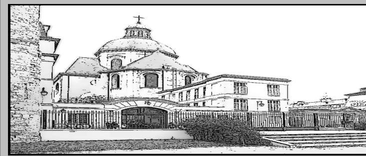
LYCEE CHARLEMAGNE
Juin
$\mathcal{M.P.S.I.2}$



2024 2025

Compétences

Le minimum vital pour aborder la seconde année....

○ **Calculer module et argument de $1+e^{i.\theta}$. Calculer module et argument de $e^{i.\alpha}+e^{i.\beta}$.**

○ **Calculer les deux racines carrées d'un complexe donné sous forme cartésienne. Résoudre une équation du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$.**

○ **Donner la définition d'un groupe. Montrer que le neutre est unique.**

○ **Donner la définition et le domaine de définition des fonctions $Arcsin$, $Arccos$ et $Arctan$. Calculer leurs dérivées. Savoir les intégrer par intégration par parties.**

○ **Démontrer la formule de Taylor avec reste intégrale pour une application de classe C^{n+1} sur un intervalle $[a,\ a+h]$ *(h pas forcément positif)*.**

○ **Connaître le développement limité d'ordre n quand u tend vers 0 de $\ln(1+u)$ et $\ln(1-u)$. Déterminer le développement limité du logarithme en un point a.**

○ **Déterminer partie réelle et partie imaginaire d'une somme de n complexes donnés sous forme cartésienne. Donner module et argument d'un produit/quotient de n complexes donnés sous forme polaire.**

○ **Donner la liste des racines complexes de l'équation $z^n=1$ d'inconnue complexe z. Calculer leur somme, leur produit.**
Donner la liste des n racines n^{iemes} d'un complexe a donné sous forme polaire $\rho.e^{i.\alpha}$.

○ **Donner la définition de la fonction indicatrice d'une partie A dans un ensemble E. Exprimer l'indicatrice de l'intersection de deux parties, de leur réunion, de leur différence symétrique et du complémentaire d'une partie A. Calculer $\displaystyle\sum_{e\in E}\chi_A(e)$.**

○ **Simplifier une somme télescopique $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(a_{k+1}-a_k)$.**

○ **Résoudre et discuter $\cos(\theta)=a$ d'inconnue a et de paramètre θ. Compter le nombre de solutions sur un intervalle donné. Même question avec $\sin(\theta)=a$. Même question avec $\tan(\theta)=a$.**

○ **Passer dans $\mathbb{R}$ de "$x\in[a,\ b]$" à "$|x-\alpha|\leqslant r$" et vice versa.**

○ **Donner la définition de $(A,+,\times)$ est un anneau. Connaître la définition de "commutatif", "intègre". Prouver que dans un anneau, on a toujours $a\times 0=0$ *(où 0 est le neutre de la première loi)*.**

○ **Factoriser une somme du type $\displaystyle\sum_{\substack{i\leq p\\ k\leq q}} a_i.b_k$.**

○ **Transformer $\cos(a)+\cos(b)$ en $2.\cos(\ldots)\ldots$ et autres formules de ce type. Formules réciproques (produits en sommes). Calcul de $\displaystyle\int_a^b\cos(p.\theta).\cos(q.\theta).d\theta$.**

○ **Montrer que le déterminant de deux vecteurs du plan est l'aire algébrique du parallélogramme qu'ils engendrent.**

○ **Savoir factoriser $X^2-2.X.\cos(\theta)+1$.**

○ **Donner la définition de la trace d'une matrice carrée. Démontrer $Tr(A.B)=Tr(B.A)$ quand A et B sont deux matrices de formats compatibles.**

○ **Montrer que toute application dérivable en un point y est aussi continue. Contre-exemple pour l'absence de réciproque.**

○ **Calculer $1+j+j^2$, exprimer $1/j$ et $\overline{j}$ comme puissances de j. Donner la liste des racines de l'équation $z^6=1$ d'inconnue complexe z et les placer sur les cercle trigonométrique.**

○ **Exprimer l'équation de la tangente en a au graphe d'une application dérivable.**

○ **Donner plusieurs définitions de "α est la borne supérieure de la partie A de $\mathbb{R}$". Montrer l'unicité en cas d'existence.**

○ **Connaître la forme du n^{ieme} terme d'une suite u définie par $\forall n,\ u_{n+2}=a.u_{n+1}+b.u_n$ avec u_0 et u_1 donnés.**

○ **Factoriser a^2-b^2 par $a-b$. Factoriser a^3-b^3 par $a-b$. Factoriser a^n-b^n par $a-b$ (dans un anneau commutatif). Factoriser a^3+b^3 et a^5+b^5 par $a+b$.**

○ **Exprimer $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$, $\tan(\theta)$ à l'aide de $\tan(\theta/2)$ (avec domaine de définition). Expression $d\theta=\dfrac{2.dt}{1+t^2}$. Application aux intégrales.**

○ **Montrez que l'ensemble des $e^{2.i.k.\pi/n}$ pour k de 0 à $n-1$ est un groupe commutatif.**

○ **Montrer que le graphe d'une application deux fois dérivable à dérivée seconde positive est au dessus de ses tangentes.**

○ **Donner la définition d'une suite convergente. Montrer que la limite *(si elle existe)* est unique.**

○ **Calculer $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$ et $\sum_{k=0}^{n} k^3$. Connaître une méthode pour calculer de proche en proche les sommes $\sum_{k=0}^{n} k^p$.**

○ **Montrer qu'une somme de réels positifs est nulle si et seulement si chaque réel est nul.**

○ **Montrer qu'une suite complexe converge si et seulement si sa partie réelle et sa partie imaginaire convergent.**

○ **Calculer géométriquement $\int_a^b (\alpha.t+\beta).dt$ et $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}.dx$.**

○ **Montrer qu'un polynôme de degré n a au plus n racines.**

○ **Donner la définition de $n!$ pour n entier naturel. Connaître éventuellement l'équivalent de $n!$ quand n tend vers l'infini *(formule de Stirling, de démonstration hors programme)*.**

○ **Montrer que si une suite strictement positive u est telle que $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ converge vers un réel α strictement plus petit que 1, alors la suite (u_n) converge vers 0.**

○ **Montrer que toute suite convergente est bornée.**

○ **Donner la définition de $P(E)$ si E est un ensemble.**

○ **Donner le polynôme P de degré inférieur ou égal à 3 vérifiant $P(a)=\alpha$, $P(b)=\beta$ et $P(c)=\gamma$.**

○ **Montrer : $e^t \geqslant 1+t$ pour tout t.**

○ **Exprimer $Card(A\cup B)$ à l'aide de $Card(A)$, $Card(B)$ et $Card(A\cap B)$.**

○ **Donner la définition de** $\binom{n}{k}$**. Savoir démontrer la relation de Pascal :** $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}$**. Prouver que** $\binom{n}{k}$ **est toujours un entier. Calculer le proche en proche les coefficients le long d'une ligne, et éventuellement le long d'une colonne.**

○ **Calculer combien il y a d'applications de** E **dans** F **quand** E **et** F **sont deux ensembles finis. Calculer le nombre d'applications injectives.**

○ **Démontrer la relation** $Arcsin(x)+Arccos(x)=\frac{\pi}{2}$ **pour tout** x **de** $[-1,\ 1]$**. Démontrer la formule** $Arctan(x)+Arctan\Big(\frac{1}{x}\Big)=\frac{\pi}{2}$ **pour** x **réel strictement positif.**

○ **Donner le développement limité en** 0 **de** $\frac{1}{1+h}$ ***(ordre*** n***).***

○ **Prouver qu'une application dérivable croissante sur un intervalle a une dérivée positive.**

○ **Donner la dérivée** n^{ieme} **du produit de deux fonctions** n **fois dérivables** ***(formule de Leibniz).***

○ **Donner le développement limité du sinus, du cosinus et de l'exponentielle en** 0**. Obtenir leur développement en un point** a**.**

○ **Calculer la signature d'une permutation.**

○ **Démontrer que la variance d'une variable aléatoire est invariante par translation.**

○ **Énoncer le théorème de Bolzano-Weierstrass sur** $\mathbb{R}$**. Démontrer sa généralisation à** $\mathbb{C}$**.**

○ **Savoir intégrer** $x\longmapsto\frac{1}{x^2+s.x+p}$ **quand le dénominateur n'a pas de racine réelle. Généraliser à** $x\longmapsto\frac{a.x+b}{x^2+s.x+p}$**.**

○ **Montrer que les** ***(éventuelles)*** **primitives d'une application** f **sur un intervalle ne diffèrent que d'une constante.**

○ **Donner la définition de "**f **est lipschitzienne de** I **dans** $\mathbb{R}$ **(ou** $\mathbb{C}$**) ». Stabilités par addition, composition.**

○ **Montrer par récurrence sur** n **que dans tout espace vectoriel** $(E,+,.)$ **engendré par** n **vecteurs** $(\overrightarrow{e_1},\dots\overrightarrow{e_n})$**, toute famille** $(\overrightarrow{a_0},\dots\overrightarrow{a_n})$ **de** $n+1$ **vecteurs** ***(et plus)*** **est liée** ***(théorème fondamental de la dimension finie).***

○ **Donner des définitions équivalentes de "**H **est un sous-groupe de** $(G,*)$**". Connaître les sous-groupes de** $(\mathbb{Z},+)$**.**

○ **Montrer qu'il y a équivalence pour une formule bilinéaire entre "antisymétrique" et "alternée".**

○ **Savoir dériver** $x\longmapsto\ln(x+\sqrt{x^2+1})$**.**

○ **Calculer la somme des premiers termes d'une série géométrique. Calculer la somme des termes consécutifs d'une série géométrique.**

○ **Démontrer que la somme de deux suites convergentes converge vers la somme de leurs limites. Même question avec produit.**

○ **Déterminer deux nombres dont on connaît la somme et le produit.**

○ **Donner la définition d'une extraction de** $\mathbb{N}$ **dans** $\mathbb{N}$**. Établir la propriété** $\varphi(n)\geqslant n$**. Définition de "suite extraite d'une suite** (u_n)**". Suite extraite d'une sous-suite. Convergence des suites extraites d'une suite convergente.**

○ **Donner la forme générale des différentes matrices "de Gauss" qui permettent de permuter deux lignes, multiplier une ligne par un coefficient non nul, effectuer une combinaison linéaire $L_q \leftarrow L_q + \alpha.L_p$ dans un système de k équations à n inconnues. Exprimer l'inverse de chacune.**

○ **Donner la définition de $(E, +, .)$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel. Démontrer $(\alpha.\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}) \Rightarrow (\alpha = 0 \text{ } ou \text{ } \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0})$.**

○ **Donner la définition du degré d'un polynôme. Terme dominant, coefficient dominant. Degré de $P(X).Q(X)$, de $P(Q(X))$, majoration de $deg(P(X) + Q(X))$.**

○ **Donner la définition de $Vect(\overrightarrow{a_1}, \dots \overrightarrow{a_p})$ dans un espace vectoriel $(E, +, .)$.**

○ **Donner la définition d'une suite périodique. Montrer que l'ensemble des suites périodiques est un anneau pour les lois usuelles.**

○ **Exprimer le terme général d'une suite de la forme $u_{n+1} = a.u_n + b$ avec u_0 donné, en se ramenant à une suite géométrique par translation.**

○ **Démontrer que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ est équivalent à $\ln(n)$ quand n tend vers l'infini par une comparaison série intégrale.**

○ **Donner les relations coefficients racines pour un polynôme de degré 2, de degré 3 et de degré 4. Exprimer la somme et le produit des racines d'un polynôme de degré n à l'aide de ses coefficients *(polynôme de coefficient dominant pouvant être autre que 1)*. Retrouver la somme des carrés des racines et la somme de leurs inverses.**

○ **Inverser une matrice de taille 2 de déterminant non nul. Résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues.**

○ **Donner la définition de $(\overrightarrow{u_1}, \dots \overrightarrow{u_p})$ engendre l'espace vectoriel $(E, +, .)$". Donner la définition de "famille génératrice minimale".**

○ **Montrer qu'un polynôme $P(X)$ est factorisable par $(X - a)$ si et seulement si a est racine de $P(X)$. Montrer que a est racine double si et seulement si $P(X)$ est factorisable par $(X - a)^d$. Équivalence avec $P(a) = P'(a) = \ldots = P^{(d-1)}(a) = 0$.**

○ **Calculer le terme général d'une matrice $A.B$, produit d'une matrice A à n lignes et p colonnes et d'une matrice B à p lignes et q colonnes. Démontrer l'associativité du produit matriciel.**

○ **Donner la définition de l'espérance et de la variance d'une variable aléatoire réelle. Montrer que la variance est toujours positive *(cas de nullité)*.**

○ **Démontrer les formules $P(X) = \displaystyle\sum_{k=0}^{d} \frac{P^{(k)}(a)}{k!}.(X - a)^k$ et $P(X + a) = \displaystyle\sum_{k=0}^{d} \frac{P^{(k)}(a)}{k!}.X^k$ pour un polynôme de degré inférieur ou égal à d.**

○ **Démontrer le théorème des valeurs intermédiaires pour une application numérique continue sur un intervalle. Démontrer que l'image d'un intervalle par une application numérique continue est un intervalle. Démontrer qu'une application continue sur un segment qui ne s'annule pas est de signe constant.**

○ **Montrer que dans un espace vectoriel engendré par une famille finie, toutes les bases ont le même cardinal.**

○ **Donner la définition de "f est uniformément continue de I dans $\mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$). Établir les stabilités par addition, multiplication par un réel et composition.**

○ **Montrer que si l'on agrandit une famille libre $(\overrightarrow{a_1}, \dots \overrightarrow{a_p})$ avec un vecteur $\overrightarrow{v}$, elle reste libre si et seulement $\overrightarrow{v}$ n'est pas dans l'espace vectoriel engendré par $(\overrightarrow{a_1}, \dots \overrightarrow{a_p})$ *(lemme d'agrandissement des familles libres)*.**

○ **Définir la covariance d'un couple de variables aléatoires (A, B). Montrer qu'elle est nulle si les deux variables sont indépendantes.**

○ **Montrer que la dimension d'un sous-espace vectoriel est toujours plus petite que la dimension de l'espace vectoriel. Cas d'égalité.**

○ **Montrer que si f est lipschitzienne de I dans I avec un rapport de Lipschitz strictement plus petit que 1 *(application contractante)*, alors elle admet un unique point fixe, obtenu par suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$, vitesse de convergence *(démonstration hors programme en Sup)*.**

○ **Donner la définition de (u_n) et (v_n) sont équivalentes en $+\infty$. Passage aux produits, aux quotients. Contre-exemples pour les sommes de suites équivalentes.**

○ **Donner la définition de "f est un homéomorphisme de I dans J" Condition suffisante sur $\mathbb{R}$ par croissance stricte..**

○ **Donner des définitions équivalentes de "p est un projecteur de $(E, +, .)$". Exprimer sa matrice en dimension finie sur une base adaptée, calculer sa trace.**

○ **Montrer que l'intersection de deux sous-groupes d'un groupe $(G, *)$ est encore un sous-groupe de $(G, *)$. Définition du p.g.c.d. et du p.p.c.m. de deux entiers naturels non nuls a et b par $a.\mathbb{Z} \cup b.\mathbb{Z}$ et $a.\mathbb{Z} \cap b.\mathbb{Z}$.**

○ **Démontrer que toute suite réelle croissante majorée converge vers son plus petit majorant.**

○ **Donner la définition de "morphisme d'espaces vectoriels", "endomorphisme", "isomorphisme", "automorphisme". Stabilités diverses. Groupe linéaire.**

○ **Montrer que si f est intégrable et bornée sur $[a,\ b]$, alors $x \longmapsto \displaystyle\int_a^x f(t).dt$ *(notée F ou même F_a)* est lipschitzienne *(donc continues)*. Passage de f positive à F croissante. Passer de f continue à F dérivable.**

○ **Déterminer le $p.g.c.d.$ de deux entiers naturels par algorithme d'Euclide. Remonter cet algorithme pour obtenir une identité de Bézout.**

○ **Écrire la relation de Cayley-Hamilton pour une matrice carrée de taille 2 sur 2.**

○ **Démontrer, en admettant le théorème de Bolzano-Weierstrass, que toute application numérique continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.**

○ **Exprimer les sommes de Riemann droite, gauche et milieu pour une équisubdivision en n parties pour une application f sur un segment $[a,\ b]$.**

○ **Cofacteur dans une matrice carrée. Formule du développement par rapport à une ligne ou une colonne. Formule $A.^tCom(A) =^t Com(A).A = \det(A).I_n$. Calcule théorique de l'inverse d'une matrice carrée de déterminant non nul. Formules de Cramer pour la résolution d'un système de n équations à n inconnues.**

○ **Donner la définition du rang d'une famille de vecteurs, d'une matrice, d'une application linéaire. Justifier les majorations élémentaires.**

○ **Montrer que si E et F sont de même cardinal fini n, alors toute application injective de E dans F est automatiquement bijective. Même question avec "surjective implique bijective".**

○ **Donner la forme "factorisée" des matrices de rang 1.**

Compétences techniques.

Un livre des éditions Ellipses [1] recense dans sa table des matières les compétences techniques que doit avoir un élève de Prépas. En voici la liste. Qu'est ce que cela vous évoque à chaque fois.

Les chapitres sont ici dans l'ordre « imposé » par le programme officiel, le passage au second semestre se fait au moment du chapitre « algèbre linéaire ».

Logique-Raisonnement.

○ Démontrer une implication ou une équivalence.
○ Raisonner par contraposée ou par l'absurde.
○ Raisonner par analyse-synthèse.
○ Raisonner par récurrence simple, multiple ou forte.

1. MPSI Fiches Méthodes, collection "Que Faire" de Sylvain Rondy

Sommes et produits.

- Calculer une somme à l'aide de sommes de référence.
- Effectuer un changement d'indice dans une somme.
- Calculer une somme télescopique.
- Majorer, minorer, encadrer une somme.
- Utiliser la formule du binôme de Newton.
- Calculer une somme double.
- Calculer un produit.
- Manipuler des factorielles et des coefficients binomiaux.

Systèmes linéaires.

- Résoudre un système par la méthode du "pivot de Gauss".

Calculs complexes et trigonométrie.

- Manipuler forme algébrique et forme exponentielle d'un complexe.
- Montrer qu'un complexe est réel ou imaginaire pur.
- Linéariser un produit de cosinus et sinus par les formules d'Euler.
- Exprimer $\cos(n.\theta)$ et $\sin(n.\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.
- Résoudre une équation ou une inéquation trigonométrique.
- Résoudre une équation du second degré.
- Calculer et manipuler les racines n^{iemes} d'un complexe.
- Utiliser les complexes pour simplifier des sommes de réels.
- Résoudre un problème de colinéarité, d'alignement, de parallélisme.
- Résoudre des problèmes d'orthogonalité.
- Étudier des transformations complexes et les composer.

Calculs réels.

- Établir une égalité.
- Établir une inégalité.
- Résoudre une équation avec des valeurs absolues et des radicaux.
- Résoudre une inéquation avec des valeurs absolues et des radicaux.
- Manipuler la partie entière.

Fonctions : généralités.

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Déterminer les variations d'une fonction.
- Montrer qu'une fonction est paire/impaire.
- Montrer qu'une fonction est périodique.
- Manipuler les fonctions circulaires réciproques.

Équations différentielles.

- Trouver des primitives.
- Résoudre une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1.
- Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants.
- Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 par variation de la constante.
- Résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.

Suites usuelles.

- Étudier une suite arithmético-géométrique.
- Étudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- Étudier une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Étudier une suite implicite.

Suites réelles : généralités.

- Déterminer la limite d'une suite avec la définition.
- Calculer une limite indéterminée.
- Utiliser le théorème sur les suites réelles croissantes majorées.
- Utiliser le théorème des suites réelles adjacentes.
- Déterminer une limite par encadrement ou comparaison.

Fonctions : limites, continuité.

- Lever une forme indéterminée.
- Calculer une limite.

○ Montrer qu'une droite est asymptote à une courbe.
○ Montrer qu'une fonction est ou n'est pas continue en un point.

Fonctions : dérivabilité.

○ Montrer qu'une fonction est dérivable en un point.
○ Calculer la dérivée d'une fonction composée.
○ Calculer la dérivée d'une fonction réciproque.
○ Utiliser la formule de Leibniz.
○ Mettre en œuvre le théorème des valeurs intermédiaires.
○ Mettre en valeur le théorème de l'homéomorphisme.
○ Mettre en place le théorème de Rolle.
○ Mettre en place le théorème des accroissements finis.
○ Utiliser l'inégalité des accroissements finis.

Équivalence et négligeabilité.

○ Montrer que des suites ou des fonctions sont équivalentes.
○ Montrer qu'une fonction ou une suite est négligeable ou dominée par une autre.

Développements limités.

○ Utiliser la formule de Taylor-Young.
○ Déterminer le développement limité d'un produit.
○ Déterminer le développement limité d'un quotient.
○ Déterminer le développement limité d'une composée.
○ Utiliser les développements limités.

Arithmétique.

○ Trouver le p.g.c.d. et le p.p.c.m. de deux entiers.
○ Établir une relation de Bézout.
○ Résoudre une équation diophantienne.
○ Manipuler les congruences.

Polynômes.

○ Pratiquer la division euclidienne de polynômes.
○ Factoriser un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$.
○ Factoriser un polynôme dans $\mathbb{R}[X]$.
○ Montrer qu'un polynôme est nul en comptant ses racines.
○ Trouver le p.g.c.d. de deux polynômes.
○ Montrer que deux polynômes sont premiers entre eux.

Fractions rationnelles.

○ Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples.

Espaces vectoriels.

○ Montrer qu'un vecteur est combinaison linéaire d'autres vecteurs.
○ Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un espace.
○ Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel engendré.
○ Montrer qu'une famille est libre (ou liée).
○ Montrer qu'une famille est une base d'un espace vectoriel.
○ Utiliser le théorème de la base incomplète.
○ Extraire une base d'une famille génératrice.
○ Calculer le rang d'une famille de vecteurs.
○ Calculer la dimension d'une somme de deux sous-espaces vectoriels.
○ Montrer qu'une somme de deux sous-espaces vectoriels est directe.
○ Montrer que deux sous-espaces sont supplémentaires l'un de l'autre.
○ Montrer qu'une somme d'au moins trois sous-espaces vectoriels est directe.

Calcul matriciel.

○ Effectuer les opérations de base sur les matrices.
○ Multiplier deux matrices par blocs.
○ Calculer la puissance n^{ieme} d'une matrice.
○ Montrer qu'une matrice carrée est inversible et calculer son inverse.

Applications linéaires.

○ Montrer qu'une application est linéaire.

- Déterminer la matrice d'une application linéaire sur un jeu de bases.
- Déterminer le noyau d'une application linéaire.
- Déterminer l'image et le rang d'une application linéaire.
- Utiliser le théorème du rang.
- Montrer qu'une application linéaire est bijective.
- Trouver le rang d'une matrice.
- Caractériser un projecteur.
- Caractériser une symétrie.

Déterminants.

- Décomposer une permutation en produit de cycles.
- Calculer un déterminant par opérations sur les lignes et les colonnes.
- Calculer un déterminant par développement ou par blocs.
- Utiliser le déterminant pour déterminer l'inversibilité d'une matrice.

Espaces pré-hilbertiens réels.

- Montrer qu'une application est un produit scalaire.
- Calculer la norme d'un vecteur.
- Utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Montrer que deux sous-espaces vectoriels sont orthogonaux.
- Orthonormaliser une famille libre.
- Minimiser une distance par projection orthogonale.
- Caractériser une isométrie vectorielle.
- Montrer qu'une matrice est une matrice d'isométrie.

Intégration sur un segment.

- Trouver des primitives de fonctions composées.
- Effectuer un changement de variable.
- Faire une intégration par parties.
- Reconnaître et utiliser une somme de Riemann.
- Étudier une intégrale fonction de sa borne du haut.
- Étudier une suite d'intégrales.
- Écrire et utiliser la formule de Taylor avec reste intégrale.

Séries numériques.

- Étudier la convergence d'une série à l'aide de ses sommes partielles.
- Étudier la nature d'une série à termes positifs.
- Étudier une suite à l'aide d'une série.
- Étudier la convergence en valeur absolue d'une série.

Dénombrement.

- Dénombrer un ensemble fini.
- Dénombrer des listes.

Probabilités.

- Calculer la probabilité d'une intersection finie.
- Calculer la probabilité d'une réunion finie.
- Appliquer la formule des probabilités totales.
- Utiliser la formule de Bayes.

Variables aléatoires finies.

- Déterminer la loi d'une variable aléatoire finie.
- Reconnaître une loi uniforme.
- Reconnaître une loi binomiale.
- Calculer l'espérance d'une variable aléatoire finie.
- Utiliser le théorème de transfert.
- Calculer la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire finie.
- Utiliser les inégalités de Markov et de Bienaymé et Tchebychev.
- Déterminer la loi d'un couple.
- Déterminer une loi marginale.
- Calculer la covariance de deux variables aléatoires.
- Utiliser la covariance.