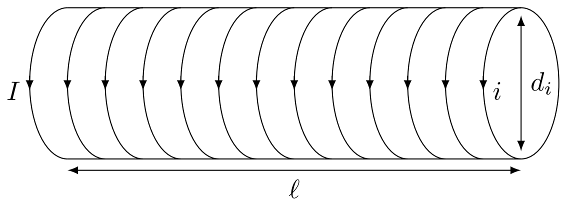
DM n°19 Champ magnétique

Ne perdez pas le nord !

Donnée : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$

Partie A : Champ magnétique créé par une bobine

Une bobine d'inductance $L = 1{,}4\,\mathrm{H}$ utilisée en TP est un enroulement de fil électrique de diamètre intérieur $d_i = 3\,\mathrm{cm}$ et de longueur $\ell = 22{,}0\,\mathrm{cm}$ avec un noyau de fer doux au milieu de l'enroulement. Cette bobine sera modélisée par un solénoïde comportant $N = 3500$ spires jointives dont le schéma de principe est donné ci-dessous :



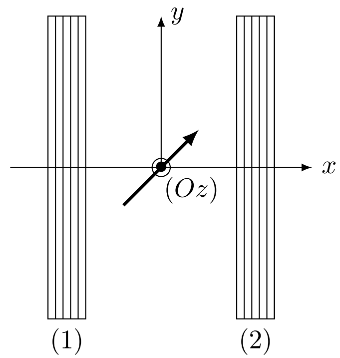
Dans cette partie, nous souhaitons étudier cette bobine sans le noyau de fer.

1. Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité $I > 0$.
   (a) Reprendre le schéma de la bobine sur votre copie et y représenter :
   — l'allure du spectre du champ magnétique créé par la bobine,
   — le vecteur champ magnétique en quatre points du spectre : deux points proches du centre du solénoïde et deux points à l'extérieur,
   — les pôles nord et sud de la bobine.
   (b) Dans quelle région de l'espace, le champ magnétique peut-il être considéré comme uniforme ? Comment cela se manifeste-t-il sur le spectre magnétique ?
2. Une sonde à effet Hall est placée au centre O du solénoïde afin de mesurer l'intensité du champ magnétique créé par l'enroulement. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

I (en A)	0,200	0,400	0,600	0,800	1,00	1,20	1,40	1,60
B (en mT)	4,10	8,05	12,3	15,9	20,1	24,2	27,2	32,4

   (a) À l'aide d'une représentation graphique réalisée à la calculatrice, déterminer la relation entre B et I.
   (b) Sachant qu'au point O nous assimilons le champ $\vec{B}$ à un champ de la forme : $B = \mu_0 n I$, avec μ_0 la perméabilité du vide et n le nombre de spires par unité de longueur, déterminer la valeur de n expérimental. Commenter.

Partie B : Effet d'un champ magnétique uniforme et stationnaire sur un dipôle magnétique



Le dispositif des bobines de Helmholtz présenté ci-contre est constitué de deux bobines plates notées (1) et (2) ; il permet de générer un champ magnétique quasi-uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_x$ au milieu des deux bobines et présente l'avantage de pouvoir y placer une aiguille aimantée. Dans le cas présent, les deux bobines sont constituées de $N = 50$ spires de rayon $R = 6{,}3\,\mathrm{cm}$, distantes de R et parcourues par un courant d'intensité I. Nous admettrons que $B = k\dfrac{\mu_0 N I}{R}$ où $k = 0{,}72$.

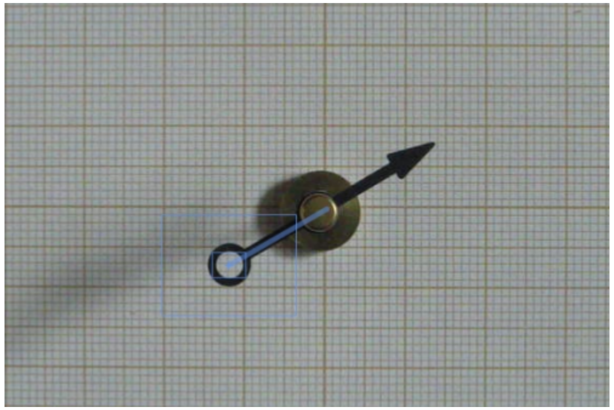
Dans cette partie, nous souhaitons étudier le mouvement de l'aiguille aimantée (représentée par la flèche noire) de moment dipolaire magnétique $\vec{m}$ placée en O placée sur un petit support vertical.

1. Précisez sur un même schéma les pôles nord et sud d'une aiguille aimantée et son vecteur moment magnétique $\vec{m}$.
2. Une boucle de courant (ou spire) est aussi un dipôle magnétique. Définir son moment magnétique $\vec{m}$ et illustrer votre réponse à l'aide d'un schéma. On distinguera le cas où $I > 0$ du cas où $I < 0$.
3. Déterminer la ou les position(s) d'équilibre de l'aiguille aimantée soumise au champ magnétique de Helmholtz, en négligeant le champ magnétique terrestre.
4. Lorsque l'intensité du courant circulant dans les bobines de Helmholtz n'est pas très élevée (quelques dizaines de mA), il n'est pas possible de négliger le champ magnétique terrestre devant celui créé par les bobines. Ce dispositif permet alors la mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre, si l'ensemble {boussole+bobines de Helmholtz} est correctement placé par rapport aux lignes de champ magnétique terrestre locales.

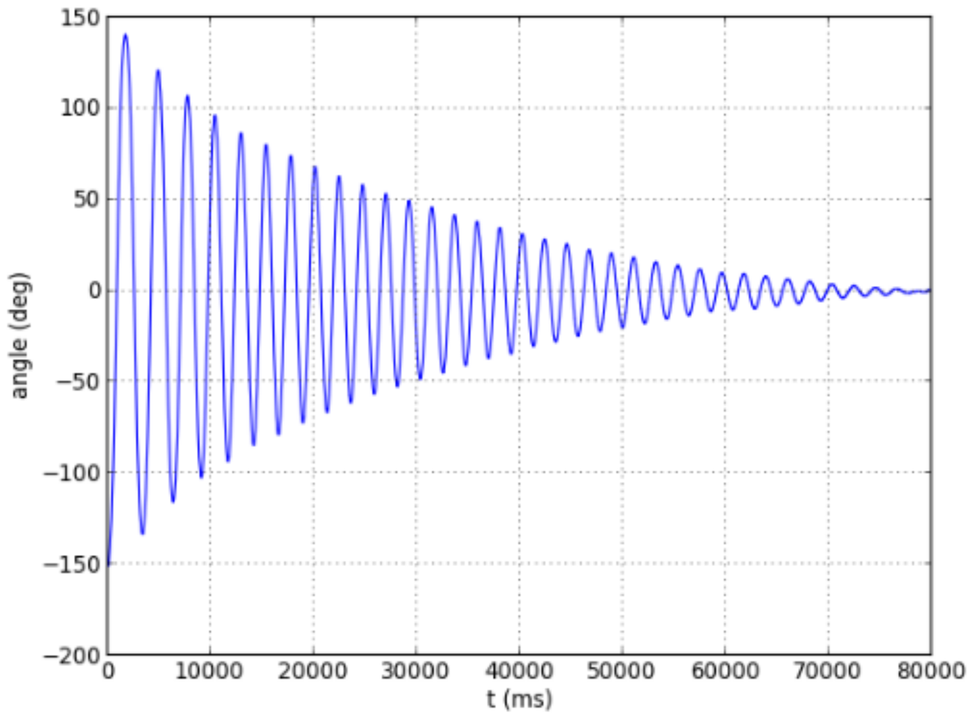
   Pour cela, on pose l'ensemble {boussole+bobines de Helmholtz} sur une table au laboratoire de telle sorte que la boussole dans sa position d'équilibre à $I = 0$ soit perpendiculaire aux axes de symétrie des deux bobines, autrement dit parallèle aux plans des bobines. Quand un courant d'intensité $I = 50\,\mathrm{mA}$ circule dans les bobines, la position d'équilibre de la boussole tourne d'un angle $\alpha = 61°$. En déduire l'intensité B_{Th} de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Partie C : Mouvement oscillatoire autour d'une position d'équilibre stable

Dans cette partie, nous allons étudier différents mouvements d'une petite boussole dans un champ magnétique uniforme et stationnaire. Cette boussole, de masse m_b et de moment d'inertie J par rapport à l'axe de rotation, est posée sur une pointe verticale, ce qui lui permet de tourner avec très peu de frottements. On précise que $\vec{B} = B\vec{u}_x$, et la boussole est repérée à l'aide de l'angle θ entre $\vec{B}$ et $\vec{m}$ comme indiqué sur la figure ci-dessous.



1. Déterminer l'équation du mouvement de la boussole dans un champ $\vec{B}$ uniforme et stationnaire en négligeant tout frottement et la mettre sous la forme : $\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0$. On précisera l'expression de ω_0 en fonction des données.
2. Le mouvement de la boussole a été enregistré à l'aide d'une petite caméra ce qui a permis de suivre expérimentalement l'évolution de θ en fonction du temps. Sur la figure ci-dessous nous observons une diminution lente de l'amplitude des oscillations au cours du temps ; nous ne pouvons donc pas négliger les frottements et nous noterons $C_f = -\alpha\dot{\theta}$ le couple résistant à l'origine de cet amortissement.

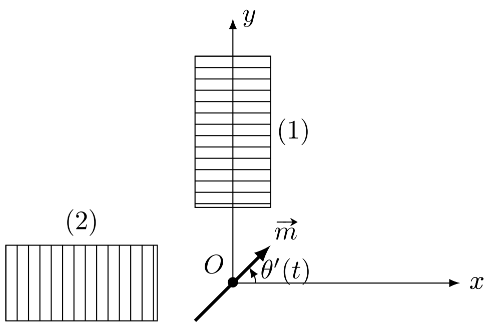


Déterminer l'expression de la nouvelle équation du mouvement. On posera le facteur de qualité Q tel que $Q = \dfrac{J\omega_0}{\alpha}$.

3. Étude du mouvement dans le cas des petits angles.
   (a) Simplifier l'expression de l'équation du mouvement de la petite boussole.
   (b) Déterminer l'expression de la pulsation des oscillations en fonction des données. On la notera ω_p.
   (c) Nous souhaitons estimer Q à l'aide de l'évolution temporelle de θ. On rappelle que si $Q > 3$, le nombre d'oscillations pendant 3τ vaut environ Q (τ étant la constante de temps des enveloppes). Estimer Q et commenter.
   (d) En déduire l'expression approchée de ω_p en fonction des données.
   (e) Déterminer graphiquement la fréquence des oscillations pour $\theta < 30°$. Cette valeur de la fréquence vous permet-elle d'en déduire l'intensité du champ $\vec{B}$ local ?

4. Pour déterminer la valeur d'un champ magnétique $\vec{B}$, sans connaître ni le moment d'inertie, ni le moment magnétique de l'aimant, on ajoute au champ $\vec{B}$ étudié un champ magnétique $\vec{B'}$ créé par les deux bobines de Helmholtz présentées précédemment. On place d'abord les bobines telles que le champ $\vec{B'}$ et le champ $\vec{B}$ soient parallèles et de même sens et on mesure la période T_1 des petites oscillations de la boussole. On change ensuite le sens du courant dans les bobines et on mesure la nouvelle valeur T_2 de la période des petites oscillations. En déduire l'expression de la norme de $\vec{B}$ (noté B) en fonction de celle de $\vec{B'}$ (noté B') du champ créé par les bobines et des périodes T_1 et T_2 sachant que $B < B'$.

Partie D : Étude simplifiée du moteur synchrone



Un moteur synchrone peut être modélisé de façon très simplifiée par un aimant (rotor) tournant autour de l'axe (Oz), de moment magnétique $\vec{m}$ constant et situé dans le plan (xOy). Il est repéré par l'angle $\theta'(t)$ et nous n'envisageons que la possibilité d'une rotation à vitesse angulaire constante ω' : $\theta'(t) = \omega' t - \theta_0$ où θ_0 est une constante.

Les deux bobines (1) et (2) (stator) génèrent dans la région de l'aimant respectivement les champs magnétiques $\vec{B}_1 = B_0 \sin(\omega t)\vec{u}_y$ et $\vec{B}_2 = B_0 \cos(\omega t)\vec{u}_x$.

1. Montrer que le champ magnétique créé par le stator est de norme constante et peut être qualifié de champ tournant. Préciser son sens de rotation et sa vitesse de rotation.
2. Calculer le moment du couple instantané exercé par le champ sur l'aimant en fonction des données.
3. Calculer sa moyenne temporelle sur une période en distinguant deux cas.
4. En déduire une condition pour que le moteur fonctionne. Expliquer le terme synchrone.
5. Le moteur peut-il démarrer spontanément ?