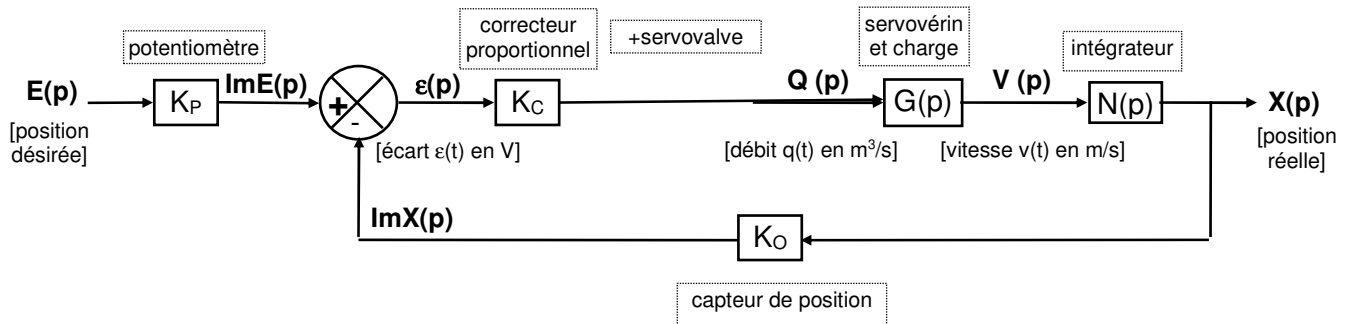


Corrigé

COMMANDE HYDRAULIQUE D'UN AIRBUS A380



Question 1. $K_O = 50 \text{ V.m}^{-1}$.

Question 2. $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ soit $X(p) = \frac{1}{p} V(p)$ donc $N(p) = \frac{1}{p}$.

Question 3. $\varepsilon(p) = \text{Im}E(p) - \text{Im}X(p) = K_P \cdot E(p) - K_O \cdot X(p) = 0$ soit $K_P \cdot E(p) = K_O \cdot X(p)$ avec $X(p) = E(p)$ donc $K_O = K_P = 50$.

Question 4.
$$H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = K_P \frac{\frac{K_c G}{p}}{1 + \frac{K_P K_c G}{p}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_P K_c G}} \text{ et } \varepsilon(p) = K_P E - K_P \left[\frac{K_c G}{p} \right] \varepsilon(p)$$

$$\varepsilon(p) = K_P \frac{p}{K_P K_c G + p} E(p) = \frac{1}{K_c G} \cdot \frac{p}{1 + \frac{p}{K_P K_c G}} E(p) = \text{Im}E(p) - \text{Im}X(p) = K_P E(p) - K_P X(p) = K_P [E(p) - X(p)]$$

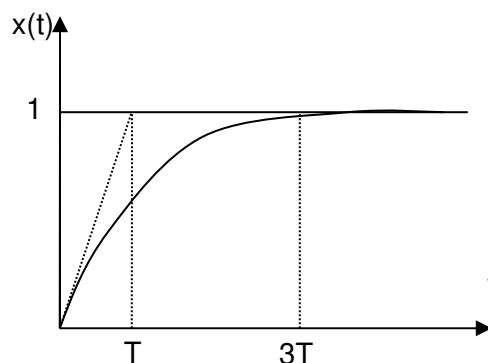
donc
$$E(p) - X(p) = \frac{p}{K_P K_c G + p} E(p) = \frac{1}{K_P K_c G} \cdot \frac{p}{1 + \frac{p}{K_P K_c G}} E(p)$$

Question 5.

5.1.
$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_P K_c K_v}} = \frac{K}{1 + T \cdot p} \text{ avec } K=1 \text{ et } T = \frac{1}{K_P K_c K_v}$$

5.2. $E(p) = 1/p$. Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} [e(t) - x(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot [E(p) - X(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{K_P K_c G} \cdot \frac{p}{1 + \frac{p}{K_P K_c G}} \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{K_P K_c G} \cdot \frac{p}{1 + \frac{p}{K_P K_c G}} = 0.$$



5.3. $E(p) = 1/p^2$. Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow \infty} [e(t) - x(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot [E(p) - X(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{K_p K_c G} \cdot \frac{p}{1 + \frac{p}{K_p K_c G}} \cdot \frac{1}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{K_p K_c G} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p}{K_p K_c G}} \text{ soit}$$

$$\varepsilon_p = \frac{1}{K_p K_c G}$$

5.4. D'après la question 5.1. on a $H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{50K_c K_v}}$ soit $T = \frac{1}{50K_c K_v}$.

La condition sur le temps de réponse se traduit par $t_{r5\%} = 3T = \frac{3}{50K_c K_v} < 15 \cdot 10^{-3}$ soit $K_c K_v > 4$.

5.5. $K_v = \frac{1}{S}$

Question 6.

6.1. $H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = 50 \frac{\frac{K_c K_v}{p(1+T_v p)}}{1 + \frac{50K_c K_v}{p(1+T_v p)}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{50K_c K_v} + \frac{T_v}{50K_c K_v} p^2} = \frac{K}{1 + 2z \cdot \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

avec $K=1$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{50K_c K_v}{T_v}}$ et $z = \frac{1}{2\sqrt{50K_c K_v T_v}}$.

6.2. D'après la question 4

$$E(p) - X(p) = \frac{p}{50K_c G + p} E(p) = \frac{p}{\frac{50K_c K_v}{1+T_v p} + p} E(p) = \frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_v + p + T_v p^2} E(p) \cdot E(p) = 1/p.$$

Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} [e(t) - x(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot [E(p) - X(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_v + p + T_v p^2} \cdot \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_v + p + T_v p^2} = 0.$$

6.3. $E(p) = 1/p^2$. Le théorème de la valeur finale permet d'écrire :

$$\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow \infty} [e(t) - x(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot [E(p) - X(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{p(1+T_v p)}{50K_c K_v + p + T_v p^2} \cdot \frac{1}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(1+T_v p)}{50K_c K_v + p + T_v p^2}.$$

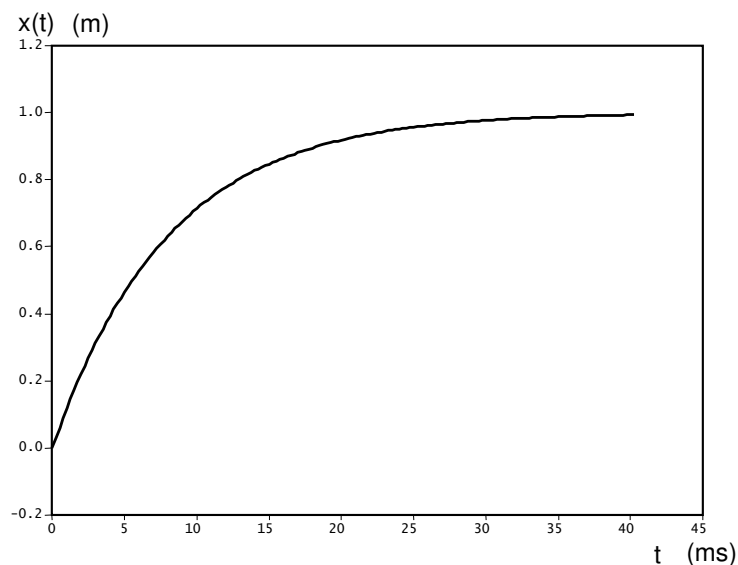
Soit $\varepsilon_p = \frac{1}{50K_c K_v}$

6.4. $z = \frac{1}{2\sqrt{50K_c K_v T_v}} > 1$ soit $K_c K_v T_v < \frac{1}{200} = 5 \cdot 10^{-3}$

6.5. $\varepsilon_p = \frac{v_{\max}}{K_v} = \frac{20}{60K_v} < 4 \cdot 10^{-3}$ soit $K_v > 83,3 \text{ m}^3$ et $T_v < \frac{6 \cdot 10^{-5}}{K_c}$.

Question 7. Comparaison des deux modèles : on pose : $T_v = 1 \text{ ms}$ et $K_c K_v = 250 \text{ s}^{-1}$

7.1. $H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + 8.10^{-5}p}$ donc $x(t) = 1 - e^{-\frac{t}{8.10^{-5}}}$ et $t_{r5\%} = 24.10^{-5} s$.



7.2. $\omega_0 = 3536 \text{ rd.s}^{-1}$ et $z = 0,14$ soit $H(p) = \frac{X(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + 8.10^{-5}p + 8.10^{-8}p^2}$.

$$x(t) = 1 - \frac{e^{-z\omega_0 t}}{\sqrt{1-z^2}} \cos(\omega_0 \sqrt{1-z^2} t - \alpha) \quad \text{avec} \quad \alpha = \arctan \frac{z}{\sqrt{1-z^2}} \quad \text{soit} \quad x(t) = 1 - e^{-495 t} \cos(3536 t - \frac{\pi}{4})$$

non demandé ici

La pseudo période est $T_a = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}} = 1,8.10^{-3} s$

La courbe, ci-dessus, permet décrire $t_{r5\%} \cdot \omega_0 \approx 20$ donc $t_{r5\%} \approx 5,6.10^{-3} s$

Les 3 dépassements successifs sont déterminés soit à partir de la courbe en annexe, soit par calcul :

$$D_1 = e\left(-\frac{\pi z}{\sqrt{1-z^2}}\right) = 0,64 = 64\% ; D_2 = e\left(-\frac{3\pi z}{\sqrt{1-z^2}}\right) = 26\% ; D_3 = e\left(-\frac{5\pi z}{\sqrt{1-z^2}}\right) = 11\%$$

$x(t)$ (m)

