MACHINES THERMIQUES

N°1 : Rendement du cycle Beau de Rochas

Dans un moteur à explosion, un gaz supposé parfait (n moles) décrit réversiblement le cycle Beau de Rochas, appelé aussi cycle d'Otto, composé de deux adiabatiques et deux isochores :
- compression adiabatique de l'état A_1 (P_1, V_1, T_1) à l'état A_2 (P_2, V_2, T_2)
- échauffement isochore de l'état A_2 à l'état A_3 (P_3, T_3)
- détente adiabatique de l'état A_3 à l'état A_4 (P_4, T_4)
- refroidissement isochore qui ramène le fluide à l'état initial.

1) Représenter le cycle d'Otto dans le diagramme de Watt $P = f(V)$.

2) Exprimer le rendement théorique du cycle, d'abord en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4, puis en fonction du rapport $\gamma = Cp/Cv$ des chaleurs massiques du fluide et du taux de compression du moteur à explosion défini par $\alpha = V_1/V_2$.

3) Le piston du cylindre où évolue l'air ($\gamma = 1{,}4$) a une course utile $l = 10$ cm, une section $S = 50$ cm^2 et emprisonne un volume d'air de 100 cm^3 en fin de compression.
Calculer le rendement théorique du cycle d'Otto et le travail fourni au cours d'un cycle, si l'air est admis sous 1 bar à 300 K, et si la température maximale atteinte est 900 K.

4) Pour quelle valeur de α, le moteur fonctionnant suivant le cycle d'Otto entre les températures 300 K et 900 K a-t-il le même rendement qu'une machine réversible fonctionnant suivant le cycle de Carnot entre les mêmes températures ?

N°2 : Cycle Diesel

Un moteur thermique, utilisant un gaz parfait, décrit un cycle réversible Diesel $A_1A_2A_3A_4A_1$ composé d'une isobare et d'une isochore reliés par deux adiabatiques :
- compression adiabatique de l'état A_1 (P_1, V_1, T_1) à l'état A_2 (P_2, V_2, T_2)
- combustion isobare par injection progressive du carburant de l'état A_2 à l'état A_3 (V_3, T_3)
- détente adiabatique de l'état A_3 à l'état A_4 ($V_4 = V_1$, T_4)
- refroidissement isochore qui ramène le fluide à l'état initial.

1) Représenter le cycle Diesel dans le diagramme de Watt $P = f(V)$.

2) Exprimer le rendement théorique du cycle, d'abord en fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4 et du rapport $\gamma = Cp/Cv$ des chaleurs massiques du fluide, puis en fonction du taux de compression $\alpha = V_1/V_2$, du taux de détente $\beta = V_1/V_3$ et de γ.

3) Une automobile à moteur Diesel possède les caractéristiques suivantes : taux de compression : $\alpha = 21$ et taux de détente : $\beta = 7$. A la vitesse maximale du véhicule ($v = 147$ km/h, correspondant à $N = 4500$ tours par minute), la consommation est $c = 8$ litres de carburant (gas-oil) aux 100 km. Le gas-oil a une masse volumique $\rho = 0{,}8$ kg/L et un pouvoir calorifique $q = 46{,}8$ kJ/g. Déterminer :
a) le rendement théorique de ce moteur Diesel ($\gamma = 1{,}4$) ;
b) la masse de carburant injectée à chaque cycle, à vitesse maximale (on supposera que le cycle correspond à deux allers-retours du piston ou à deux tours de l'arbre moteur) ;
c) la puissance maximale de ce moteur Diesel, supposé idéal.

N°3 : Pompe à chaleur avec un gaz parfait

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique quasi statique jusqu'au point B où il atteint la pression P_1. L'air est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude T_1 correspondant à l'état C. L'air est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique quasi statique pour atteindre l'état D de pression P_0. Il se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial.

L'air est considéré comme un gaz parfait de rapport des capacités thermiques $\gamma = 1{,}4$ indépendant de la température. On pose $\beta = 1 - 1/\gamma$ et $a = P_1/P_0$. On prendra $T_0 = 283$ K, $T_1 = 298$ K, $a = 5$ et $R = 8{,}31$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

1) Représenter le cycle parcouru par le gaz dans un diagramme (P,V).

2) Rappeler les conditions nécessaires pour assurer la validité des formules de Laplace. Donner la formule de Laplace relative à la pression et à la température.

3) En déduire l'expression des températures T_B et T_D des états B et D en fonction de T_0, T_1, a et β. Préciser leurs valeurs numériques.

4) Exprimer l'efficacité e de la pompe à chaleur en fonction des transferts thermiques.

5) En déduire l'expression de e en fonction de a et β. Donner sa valeur numérique.

6) Quelles doivent être les transformations du gaz si on fait fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot réversible entre les températures T_0 et T_1 ?

7) Établir l'expression de son efficacité e_{rev}. Donner sa valeur numérique.

8) Comparer e et e_{rev}. Proposer une explication à ce résultat.

9) Déterminer l'expression de l'entropie créée S_c pour une mole d'air au cours du cycle de Joule en fonction de R, β et $x = a^{\beta}\dfrac{T_0}{T_1}$.

10) Étudier le signe de S_c en fonction de x. Était-ce prévisible ?

11) Calculer sa valeur ici.

12) Sachant qu'en régime permanent, les fuites thermiques s'élèvent à $P_{fuites} = 20$ kW, calculer la puissance du couple compresseur-turbine qui permet de maintenir la température de la maison constante.

N°4 : Réfrigérateur

Le fluide d'un réfrigérateur subit une transformation cyclique suivant un cycle de Carnot. Au cours d'un cycle, de durée d, le fluide reçoit le travail W (W>0).

1) Comparer la valeur Q_2 de la *chaleur cédée* par la source froide (température T_2) à celle de Q_1 de la *chaleur reçue* par la source chaude (température T_1).
Peut-on refroidir l'air d'une cuisine en laissant ouverte la porte du réfrigérateur ?

2) a) En supposant le cycle décrit de façon réversible, calculer Q_2 en fonction de W, T_1 et T_2.
b) Déterminer la masse de glace m que l'on peut fabriquer par seconde, puis par cycle, à partir d'eau prise à 0°C (on négligera la chaleur massique de la glace).

A.N. : $T_1 = 50$°C et $T_2 = -5$°C ; Travail fourni par un moteur de puissance $P = 200$ W
Durée d'un cycle : $d = 10$ s ; Enthalpie massique de fusion de l'eau : $\Delta_{fus}h = 320$ J.g^{-1}

Tournez la page…

Réponses :
N°1 : 2) $\eta = 1+(T_1-T_4)/(T_3-T_2) = 1-\alpha^{1-\gamma}$ 3) $\alpha = 6$ et $\eta = 51{,}2\%$, $W = -73{,}1$ J 4) $\alpha = 15{,}6$.

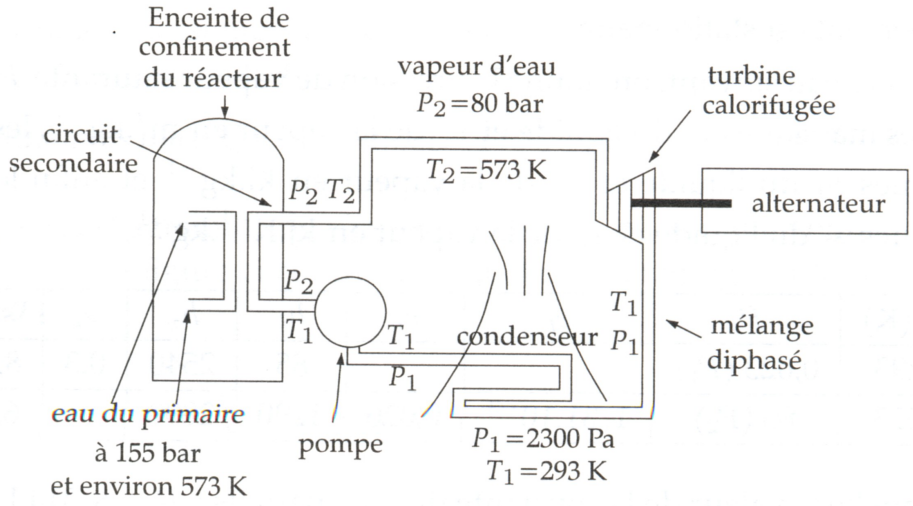
N°2 : 2) $\eta = 1 + \dfrac{T_1 - T_4}{\gamma(T_3 - T_2)} = 1 + \dfrac{\beta\left(1-\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}\right)}{\gamma\alpha^{\gamma}\left(1-\dfrac{\beta}{\alpha}\right)}$ 3) $\eta = 61{,}4\%$, 70 mg/cycle, $P_{max} = 75430$ W = 103 CV.

N°3: 3) $T_B = T_0a^{\beta} = 448$ K et $T_D = T_1a^{-\beta} = 188$ K 4) $e = Q_{BC}/(Q_{BC} + Q_{DA}) = 1/(1 - a^{-\beta}) = 2{,}71$ 7) $e_{rev} = 19{,}9$ 9) $S_c = nR(x + 1/x - 2)/\beta = 4{,}91$ J.K^{-1} > 0 12) $P = P_f/e = 7{,}4$ kW.
N°4 : 1) $|Q_1|/|Q_2| = 1{,}21$, non 2) $Q_2 = WT_2/(T_1-T_2)$ et $m = 3{,}05$ g/s et 30,5 g/cycle.

N°5 : 1) $\Delta H = m(h_G - h_L)$, $\Delta S = \Delta H/T_{eb}$, $s_L(573) = 3{,}2$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}, $v_G = 58{,}84$ m^3.kg^{-1} 3) x = 0,68
4) $w_a = h_D - h_E = 1136$ kJ.kg^{-1} 5) $q_{BD} = h_D - h_B = 2776$ kJ.kg^{-1}, $\eta = 41\%$, $\eta_{max} = 49\%$.
N°6 : 2) $q_{AB} = 0$, $q_{BC} = h_C - h_B = 620$ kJ.kg^{-1}, $q_{CD} = 1940$ kJ.kg^{-1}, $q_{DE} = 0$, $q_{EA} = -1840$ kJ.kg^{-1}
3) $\eta = 1 + q_{EA}/(q_{BC} + q_{CD}) = 28\%$, $\eta_C = 1 - T_1/T_2 = 30\%$.

N°5 : Étude de la turbine d'un réacteur à eau pressurisée (REP)

Le parc de production nucléaire français est composé de centrales de la filière REP (Réacteur à Eau Pressurisée) :



On étudie l'eau ($M = 18$ g.mol^{-1}) en circuit fermé du circuit secondaire. On propose de modéliser son évolution au prix de quelques approximations par le cycle suivant :

- État *A* : l'eau qui sort du condenseur est liquide sous la pression P_1 et à la température T_1.
- Évolution *AB* : elle subit dans la pompe une compression durant laquelle sa température ne varie pratiquement pas. On considérera que les échanges thermiques sont négligeables lors de cette compression qui l'amène dans l'état *B* sous la pression P_2 à la température T_1.
- Évolution *BD* : elle passe ensuite dans un échangeur qui permet les transferts thermiques entre le circuit primaire et le circuit secondaire. On peut décomposer en deux transformations ce qui se passe alors :
  - l'eau liquide s'échauffe de manière isobare (sous la pression P_2), jusqu'à l'état *C* (pression P_2, température T_2) ;
  - l'eau liquide se vaporise entièrement, jusqu'à l'état *D* sous la pression P_2 et à la température T_2.
- Évolution *DE* : la vapeur d'eau se détend de manière réversible dans une turbine calorifugée jusqu'à la pression P_1 et la température T_1 (état *E*). Durant cette détente, une fraction $(1 - x)$ de l'eau redevient liquide et x reste gazeuse : x est donc le titre en vapeur dans l'état *E*.
- Évolution *EA* : la vapeur restante se condense à la température T_1.

L'écoulement est stationnaire.
Dans le tableau suivant, on donne pour l'eau à 293 K et à 573 K : la pression de vapeur saturante P_{sat} en bar, les volumes massiques v_L du liquide et v_G de la vapeur en m^3.kg^{-1}, les enthalpies massiques h_L du liquide et h_G de la vapeur en kJ.kg^{-1} et enfin les entropies massiques s_L du liquide et s_G de la vapeur en kJ.K^{-1}.kg^{-1}.

T (K)	***Psat***	v_L	v_G	h_L	h_G	s_L	s_G
293	0,023 (P_1)			85	2540	0,3	8,7
573	80 (P_2)	$1{,}31.10^{-3}$	0,026	1290	2890		6,0

On rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314$ J.K^{-1}.mol^{-1}.

1) a) Quelle est la variation d'entropie d'un corps pur et sa variation d'enthalpie lors d'une vaporisation totale ?
b) Calculer l'entropie massique de l'eau liquide, $s_{L(573)}$, à la température de 573 K et sous une pression de 80 bar.
c) Sachant que la vapeur d'eau sous une pression de 0,023 bar et à la température de 293 K peut être considérée comme un gaz parfait, calculer son volume massique $v_{G(293)}$.

2) a) Tracer la courbe d'équilibre liquide-vapeur sur un diagramme de Clapeyron (P,v). Préciser les noms des points importants et les situer sur la courbe. Nommer et situer les deux parties de la courbe tracée. Tracer les isothermes 573 K et 293 K.
b) Tracer le cycle de l'eau sur le diagramme précédent en plaçant les points correspondants aux états A, B, C, D et E.

3) a) Démontrer que la transformation DE est isentropique.
b) Calculer le titre en vapeur dans l'état E.

4) On notera w_a le travail reçu par l'alternateur par unité de masse du fluide écoulé (on négligera tout frottement). La turbine est calorifugée et horizontale. Calculer la valeur numérique de w_a.

5) a) Pour l'eau liquide, la capacité thermique massique est c = 4,2 kJ.K^{-1}.kg^{-1}. Calculer le transfert thermique (par unité de masse de fluide écoulé) du système avec l'échangeur du circuit primaire q_{BD}.

b) On définit le rendement $\eta = \frac{w_a}{q_{BD}}$. Le calculer. Que néglige-t-on dans cette définition ?

c) Calculer le rendement maximum que l'on aurait pu avoir avec les mêmes sources. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

<u>N°6</u> : Machine à vapeur : cycle de Rankine

Dans une machine à vapeur, l'eau décrit un cycle de Rankine :

- Dans l'état A l'eau est à l'état de liquide saturant seul, dans les conditions de pression et température P_1 = 0,2 bar et T_1 = 60°C ;
- Transformation AB : l'eau est comprimée de façon adiabatique et isentropique dans une pompe, jusqu'à la pression P_2 = 15 bar ;
- Transformation BC : l'eau est injectée dans la chaudière et s'y réchauffe de manière isobare jusqu'à la température T_2 = 200°C , telle que $P_{sat}(T_2) = P_2$;
- Transformation CD : l'eau se vaporise entièrement à la température T_2 ;
- Transformation DE : la vapeur est admise dans le cylindre à T_2 et P_2 et effectue une détente adiabatique et isentropique jusqu'à la température T_1, on obtient un mélange liquide-vapeur ;
- Transformation EA : le piston chasse le mélange liquide-vapeur dans le condenseur où il se liquéfie totalement.

1) Représenter le cycle précédent sur le diagramme (P,h) donné en annexe.

2) Déduire de valeurs lues sur le diagramme le transfert thermique pour chaque transformation du cycle.

3) Calculer le rendement de ce moteur et le comparer au rendement de Carnot. Quelles sont les causes d'irréversibilité ?

TD Machines thermiques

ANNEXE (Exercice n°6)

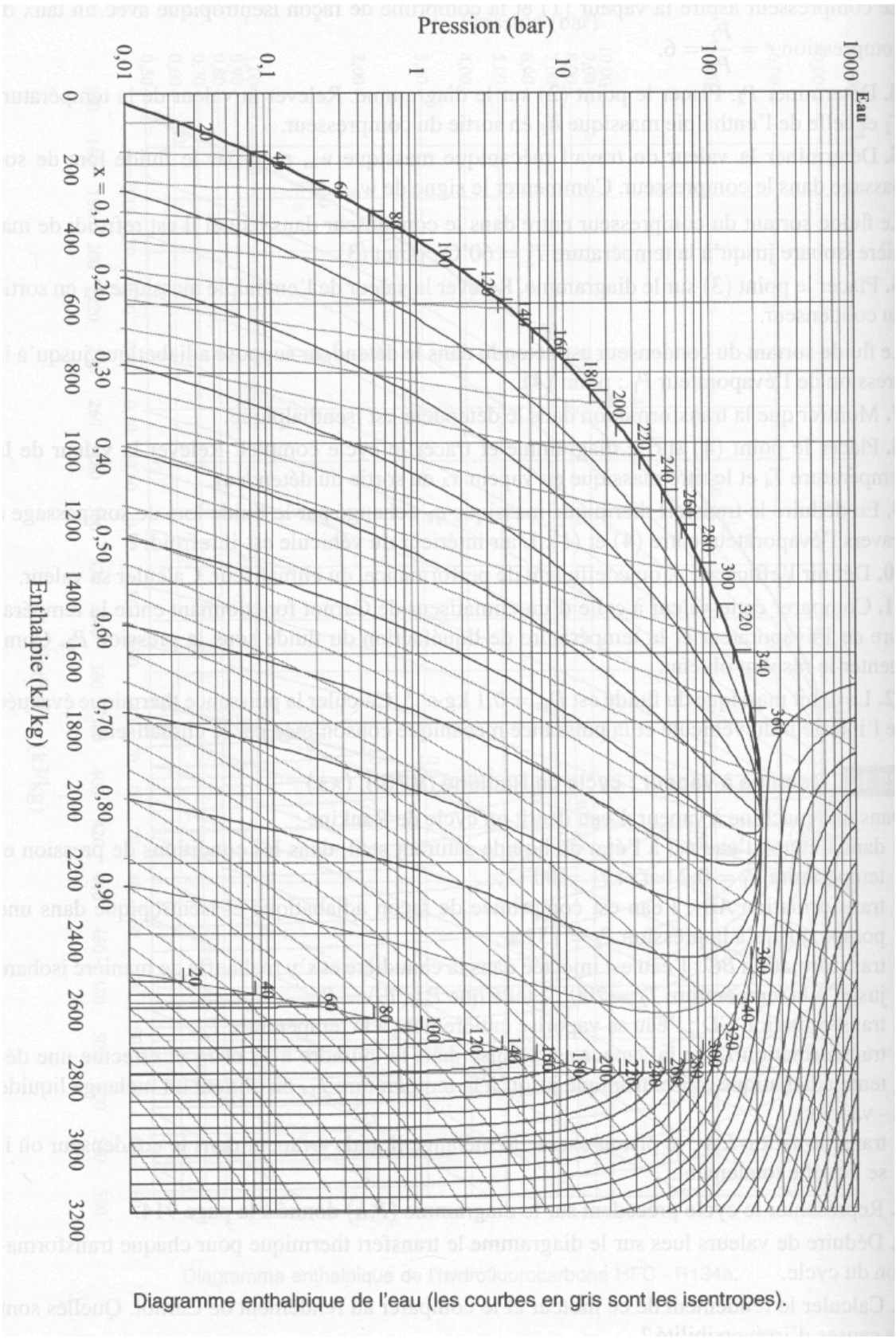


Diagramme enthalpique de l'eau (les courbes en gris sont les isentropes).