

# Sujets de TIPE

## Ce qu'est un TIPE :

1. C'est un sujet défini par vous, dans le cadre d'un thème d'année.
2. Il s'appuie sur des recherches bibliographiques **et** une appropriation personnelle qui *produit du neuf* sur le sujet en question. Un résultat négatif est aussi un résultat.
3. Ce travail est transdisciplinaire; il y a une matière dominante, mais il n'est pas interdit de travailler un sujet qui mélange plusieurs disciplines (à ce titre, la plupart des sujets que je vous propose sont maths-info).
4. En particulier, vous pouvez donc être amené à interagir avec de nombreux acteurs : vos professeurs, vos camarades (le TIPE est souvent un travail d'équipe, vous êtes plusieurs sur un même sujet et vous vous répartissez les rôles) mais aussi des experts (souvent extérieurs à l'établissement) : chercheurs, ingénieurs, spécialistes du sujet.
5. Vous travaillez chaque semaine sur ce sujet, et aussi pendant les vacances.
6. Tout ceci donne lieu à présentation et notation au concours.

## Ce que nous ferons cette année :

Vous travaillerez soit en maths, soit en physique. Il n'y a pas de thème imposé, de sorte que tout sujet est envisageable.

La phase de réflexion sur le choix de sujet est limitée dans le temps. Vos professeurs vous proposent différents sujets, que vous traiterez par groupe de trois.

### Calendrier :

**Avant Noël** : lecture des sujets, des ressources documentaires, et choix du sujet. Possibilité de définir son propre sujet si vos professeurs valident le projet. A l'issue des vacances de Noël, vous devez avoir **choisi** entre maths et physique. Si vous avez choisi les maths, vous pouvez hésiter entre **au plus trois** sujets.

**décembre – janvier** : Vous finissez de choisir votre sujet et constituez des groupes de trois, par affinité de sujet. Exception possible au cas par cas.

**février – mai** : Travail sur le sujet, au minimum 2 heures par semaine, avec rendez-vous régulier avec le professeur de la matière concernée.

**fin juin** : Rendu du travail.



### Attention

Pour un vrai sujet de TIPE, il faudrait à la fois faire : des expériences, de la bibliographie, des idées nouvelles, des rencontres avec des spécialistes du sujet, un rapport écrit, une présentation orale. Nous ne ferons pas **tout** cela cette année, et sur la période de janvier à mars nous définirons ensemble, sujet par sujet et groupe par groupe, ce qui est attendu comme « produit final ». L'objectif est que chacun de vous expérimente plusieurs facettes du travail et du livrable TIPE. Lors des présentations de fin d'année, vous pourrez alors voir chacun des aspects. En 2<sup>de</sup> année, vous ferez un travail de TIPE complet.

Vous trouverez dans ce qui suit les sujets choisis en mathématiques. Présentation sous la forme :

## Sujet 0 : **Sujet**

**Difficulté (de une à cinq) :**

**Ressource de départ :**

**Type de travail :**

**Ce qu'on attend comme production à la fin :**

# 1 Sujets de TIPE

## Sujet 1 : Ecriture automatique : invention de nouveaux mots

**Difficulté (de une à cinq) : 1- 3**

Sujet que l'on peut traiter de façon très simple ; les approfondissements mathématiques, si l'on souhaite les faire, peuvent être plus compliqués.

Principe du sujet : les mots « cyclisale, pluminer, bilectique, angerie » ont l'air français (plus que « eybudbzu » en tout cas) mais n'existent pas. Peut-on programmer un ordinateur pour créer de tels mots qui ont l'air français ? Réponse : OUI. D'ailleurs ces quatre mots ont été créés ainsi.

De même pour les autres langues.

A réserver à des étudiants sérieux, motivés et éventuellement (une fois n'est pas coutume) encore fragiles en maths.

### **Ressource de départ :**

Sur la page de la chaîne Youtube Science Etonnante, allez voir « La Machine à inventer des Mots »

<https://www.youtube.com/watch?v=YsR7r2378j0>

Puis : <https://sciencetonnante.wordpress.com/2015/10/16/la-machine-a-inventer-des-mots-video/> qui est plein de bonnes idées d'exploitation et de personnalisation.

### **Type de travail :**

Appropriation du sujet, algorithme et programme de création de nouveaux mots. Que se passe-t-il si on change les paramètres de l'algorithme ?

### **Ce qu'on attend comme production à la fin :**

- Exposé et programme.
- Questionnement sur la transférabilité : à quel type de langue ou langage peut-on / ne peut-on pas étendre ce procédé.
- Ou bien : Questionnement sur les fondements mathématiques : qu'est-ce qu'une chaîne de Markov, quel théorème admet-on/démontre-t-on dessus ?
- Autre question : comment le dictionnaire d'apprentissage influe-t-il sur les mots rendus ?

## Sujet 2 : Percolation sur un graphe

**Difficulté (de une à cinq) : 2-3 ou 10**

Ce sujet est un sujet de programmation et de probabilité, avec de belles images à la clé. Vous découvrirez le phénomène de transition de phase dans un contexte simple et intéressant : celui de la percolation dans  $\mathbb{Z}^2$ .

**Ressource de départ :**

Pour se faire une idée du sujet : Google-iser « Wikipedia, theorie de la percolation ».

Un apport intéressant : La vidéo de la chaîne Youtube M\* expose l'argument de couplage dans le cas d'un graphe fini.

**Type de travail :**

Travail exploratoire informatique, *la version mathématique est trop difficile.*

**Ce qu'on attend comme production à la fin :** Un questionnement et un programme informatique permettant d'y répondre.

## Sujet 3 : Jeu de la vie (par John Conway)

*Sur une grille, des cellules naissent, vivent et meurent, en fonction de leur nombre de voisines vivantes. Comment la population évolue-t-elle ? Peut-on prévoir cette évolution ?*

**Difficulté (de une à cinq) : 1 – 5**

Les règles du jeu de la vie sont simples, et un peu de programmation permet déjà de produire quelque chose. Bien sûr, cela ne suffit pas. La difficulté est alors de faire évoluer votre sujet vers un questionnement plus personnel et/ou spécifique. Ainsi :

1. Peut-on faire un codage meilleur que la double boucle for qui balaye la grille ?
2. Comment coder le jeu de la vie dans le jeu de la vie ? (métacellule)
3. Comment coder toute machine de Turing ?
4. Comment coder un programme en particulier, comme l'addition ou le calcul sur les tables de vérité en logique ?
5. Dans le jeu de la vie, pas de boucle temporelle. Comment faire un calcul dans un monde « Jeu de la Vie + Voyage dans le Temps autorisé » ?

**Ressource de départ :** Google « Jeu de la vie John Conway »

Wikipedia « Jeu de la vie » et toutes la bibliographie qui est citée en bas de page Wikipedia.

**Type de travail :** Phase 1, facile :Biblio standard puis programmation du JDV.

Phase 2 : Biblio spécifique et choix d'orientation.

**Ce qu'on attend comme production à la fin :**

- Si seulement phase 1 : exposé et programme devant toute la classe.
- Phase 2, orientation très informatique : comparaison de différentes implémentations, pour quelles configurations a-t-on optimalité.
- Phase 2, plus mathématique : à voir selon ce qui aura été fait.

## Sujet 4 : Bancs de Poissons

**Difficulté (de une à cinq) : 1-5**

*Fonctionnement d'un banc de poissons.*

**Ressource de départ :** <https://www.youtube.com/watch?v=Ch7VxxTBe1c>

Ne vous y arrêtez pas : utilisez ensuite les liens bibliographiques fournis.

**Type de travail :** Modélisation mathématique ; programmation.

**Ce qu'on attend comme production à la fin :** Programmation informatique. Comparaison à des données réelles de bancs de poisson.

## Sujet 5 : Mariages Stables

**Difficulté (de une à cinq) : 3**

*On se donne  $n$  filles et  $n$  garçons qui se classent par ordre de préférence. On veut former des couples respectant ces préférences : y-a-t-il toujours une solution ? une solution optimale ?*

Sujet classique et intéressant, assez bien balisé.

**Ressource de départ :**

Google « mariages stables dominique dumont ».

<https://www.emis.de/journals/SLC/opapers/s23dumont.pdf>

*Stable Marriage and Its Relation to Other Combinatorial Problems : An Introduction to the Mathematical Analysis of Algorithms*, Donald Knuth

ainsi que toute la bibliographie donnée dans ces références.

**Type de travail :**

Biblio – programmation.

Possibilité de faire évoluer le sujet si une question personnelle est trouvée.

**Ce qu'on attend comme production à la fin :**

Exposé ou rapport écrit.

## Sujet 6 : Jeu de Hex

**Difficulté (de une à cinq) : 3**

*Sur un damier hexagonal, deux joueurs s'affrontent en plaçant des pions. Le premier à relier deux bords a gagné. Comment gagner ? Y-a-t-il des parties nulles ? autres questions.*

**Ressource de départ :** Sur la chaîne Youtube MicMaths, allez voir les vidéos sur le jeu de Hex.

**Type de travail :**

Compréhension, programmation.

**Ce qu'on attend comme production à la fin :**

De préférence un rapport écrit (ou un exposé sous forme de cours ; à toute la classe).

**Pour aller plus loin (TIPE niveau 4-5) :** On peut démontrer le théorème du point fixe de Brouwer à partir du jeu de hex. Googliser « Hex Brouwer ».

## Sujet 7 : Construction à la règle et au compas

*Peut-on construire toute figure du plan (trissectrice de l'angle, quadrature du cercle...) avec un règle non graduée et un compas ? La réponse, négative, ouvre la voie à l'établissement d'une condition nécessaire et suffisante de constructibilité.*

**Difficulté (de une à cinq) : 5**

**Ressource de départ :**

Empruntez "Théorie des corps" de JC Carrega au CDI.

**Type de travail :**

1. Prérequis de d'algèbre (deuxième année, L3) : corps, corps de rupture, de décomposition, extension de corps.
2. Travail mathématique de compréhension.
3. Impossibilité de certaines constructions.
4. ★ Programmation possible ? Décidabilité de la construction, implémentation.



## Sujet 8 : Code correcteur d'erreurs

*Algèbre linéaire sur des corps finis. En quoi ce thème permet de contrôler les erreurs de lecture, de transmission et de saisie de numéros tels que numéro de sécurité sociale ou carte bancaire. Une application inattendue et très répandue des espaces vectoriels.*

**Difficulté (de une à cinq) : 4-5**

**Ressource de départ :**

[https://www.lirmm.fr/~chaumont/download/cours/codescorrecteur/Cours\\_Pierre\\_Abbrugiati.pdf](https://www.lirmm.fr/~chaumont/download/cours/codescorrecteur/Cours_Pierre_Abbrugiati.pdf)

**Type de travail :**

1. Prérequis de topologie (deuxième année) à absorber rapidement : distance, boule, espaces vectoriels, dimension finie.
2. Qu'est-ce qu'un code ?
3. Programmation.

## Sujet 9 : C.A.R.T. : Arbres de classification et de régression

**Difficulté (de une à cinq) : 5**

*Petit sujet d'intelligence artificielle et d'apprentissage statistique*

**Ressource de départ :** L.Breiman and others (1984), Classification and Regression Trees, new edition, New York : Chapman & Hall, 1984. ISBN : 0-412-04841-8

A commander ou trouver ou emprunter à la bibliothèque universitaire.... rapidement.

**Type de travail :**

Compréhension, programmation. Application à des vraies données.

**Ce qu'on attend comme production à la fin :**

Un exposé à toute la classe.

**Pour aller plus loin (TIPE niveau 4-5) :** Démontrer les théorèmes admis.

## Sujet 10 : Réseaux électriques et marches aléatoires

*Pour calculer la résistance d'un équivalente d'un réseau électrique, il « suffit » de pratiquer une marche aléatoire sur ce réseau. Ce fait a des conséquences très fortes, comme la récurrence ou la transience de certaines marches aléatoires.*

**Difficulté (de une à cinq) : 5**

**Ressource de départ :**

<https://www.youtube.com/watch?v=5Koo30bTdda>

**Type de travail :**

1. Programmation : programmer une marche aléatoire sur un réseau électrique.
2. Que se passe-t-il avec des résistance prenant des valeurs différentes ?
3. Comment rendre rigoureux le passage à l'infini ? (plutôt MP que MPSI)

## Sujet 11 : Plus grande sous-suite croissante dans une permutation aléatoire

On mélange les nombres  $1, 2, 3, \dots, 100$  « au hasard ». On cherche la plus longue séquence croissante de nombres présente dans la suite mélangée. Alors, avec de très grandes chances, sa longueur vaudra environ...

**Difficulté (de une à cinq) : 4**

**Ressource de départ :**

[https://www.youtube.com/watch?v=CkPD15CeFZM&list=PL9kd4mpdvWcA-8majz\\_MeZwjX1Wuo8Y7G&index=41](https://www.youtube.com/watch?v=CkPD15CeFZM&list=PL9kd4mpdvWcA-8majz_MeZwjX1Wuo8Y7G&index=41)

**Type de travail :**

1. Programmation : tirer une permutation au hasard, trouver la plus longue sous-suite croissante
2. Preuves mathématiques

## Sujet 12 : Paradoxe de Braess

*Dans un réseau routier, on ajoute une route pour améliorer la circulation. Le paradoxe de Braess énonce que cet ajout peut en fait la réduire la performance globale.*

**Difficulté (de une à cinq) : 4**

**Ressource de départ :** <https://www.youtube.com/watch?v=1onCF9PfiAo>

**Type de travail :**

1. ?

## Sujet 13 : Théorème d'Arrow

**Difficulté (de une à cinq) : 5**

*Quel est le meilleur mode de scrutin électoral ? de classement de films connaissant les notes d'utilisateur et de critiques ?  
Le résultat d'Arrow est aussi impressionnant que décevant : sous certaines hypothèses raisonnables, il n'existe pas de mode de scrutin satisfaisant.*

**Ressource de départ :** Chaine Youtube Science4all

Ne vous y arrêtez pas : utilisez ensuite les liens bibliographiques fournis.

## Sujet 14 : Kill the Mathematical Hydra (Nombres Ordinaux)

*On peut compter jusqu'à l'infini. Et même plus. Cela permet de résoudre un problème inspiré d'Hercule et de l'hydre de Lerne, dont les têtes repoussent en grand nombre à chaque fois que l'on en coupe une.*

**Difficulté (de une à cinq) : 2 ou 10**

Il s'agit de comprendre deux chapitres de logique d'un cours niveau L3 de maths. C'est un sujet abstrait : à réserver aux amateurs.

**Ressource de départ :**

**Introduction au sujet :** Video : Kill the Mathematical Hydra | Infinite Series de la chaîne PBS Infinite Series (au besoin, activez les sous-titres)

Lien youtube : <https://www.youtube.com/watch?v=uWwUpEY4c8o>

Cours de maths :

<https://dehornoy.users.lmno.cnrs.fr/surveys.html>

Aller à la rubrique Logique et théorie des ensembles, Notes de cours, FIMFA ENS, version 2006-2007.

Télécharger les deux premiers chapitres : Chapitre 1 : Le type ensemble, Chapitre 2 : Les ordinaux.

**Type de travail :**

Compréhension des documents et restitution.

**Ce qu'on attend comme production à la fin :**

Modéliser l'hydre par ordinateur.

Un exposé assez clair pour tenir en 20 minutes, devant toute la classe.