

Partie 1 : Champ électrostatique

1 La charge électrique

1.1 Propriétés

On appelle **charge** d'une particule une grandeur qui caractérise les interactions électromagnétiques qu'elle exerce ainsi que celles qu'elle subit (voir masse et interaction gravitationnelle).

La charge est une grandeur scalaire pouvant prendre des valeurs positives ou négatives.

La charge est **quantifiée**

$$q = Ze$$

où Z est un entier relatif et

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

le coulomb étant l'unité de la charge.

La charge est une grandeur **conservative** : la charge totale d'un système fermé est constante au cours du temps.

La charge totale d'un système ne dépend pas du référentiel dans lequel on la mesure (principe d'**invariance** de la charge).
 subsection*Distribution discrète Une distribution discrète de charges est un ensemble de charges électriques ponctuelles proches les unes des autres.

1.2 Distributions de charges

1.2.1 Distribution volumique

L'approximation des milieux continus permet de définir une **densité volumique de charge** ou **charge volumique** $\rho = \frac{dq}{d\tau}$ où $dq = \sum q_i$ est la charge contenue dans le volume $d\tau$ petit à l'échelle macro et grand à l'échelle micro

$dq = \rho d\tau$ La charge totale du domaine chargé est

$$q = \int_{P \in V} dq = \iiint_{P \in V} \rho d\tau$$

1.2.2 Distribution surfacique

Si une des 3 dimensions est négligeable par rapport aux deux autres, on peut définir une **densité surfacique de charge** ou **charge surfacique**

$$dq = \rho h dS = \sigma dS$$

La charge totale du domaine chargé est

$$q = \int_{P \in S} dq = \iint_{P \in S} \sigma dS \quad (1)$$

1.2.3 Distribution linéique

Si deux des 3 dimensions sont négligeables par rapport à la troisième, on peut définir une **densité linéique de charge** ou **charge linéique**

$$dq = \lambda dl$$

La charge totale du domaine chargé est

$$q = \int_{P \in L} dq = \int_{P \in L} \lambda dl \quad (2)$$

2 Champ électrostatique

2.1 Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

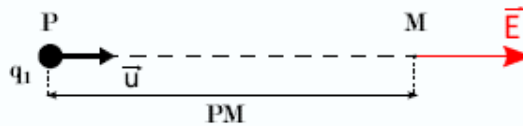
La seule présence d'une charge électrique q_1 dans un espace suffit à rayonner un champ électrique dont l'intensité dépend de cette charge.

Si la charge q_1 est située en P, elle rayonne en un point M situé à une distance r , le champ :

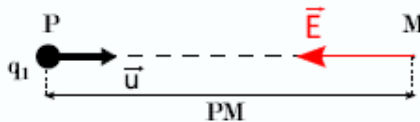
$$\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} \quad (3)$$

\vec{E} : champ électrostatique exprimé en volt par mètre ($V.m^{-1}$)
 ϵ_0 : permittivité du vide.
 q_1 : charge électrique au point P en Coulomb (C).
 r : distance entre les points P et M en mètre (m).
 $\vec{u} = \frac{\vec{PM}}{PM}$: vecteur unitaire qui donne la direction du champ.

• Si $q_1 > 0$:



• Si $q_1 < 0$:



Ainsi, si une charge q_2 est située en M, elle subit la force électrostatique :

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} \quad (4)$$

2.2 Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles (distribution discrète de charges)

Distribution discrète

Une distribution discrète de charges est un ensemble de charges électriques ponctuelles proches les unes des autres.

Champ créé par une distribution discrète

Le **principe de superposition** dit que le champ électrique rayonné en un point M de l'espace voisin de la distribution discrète est égal à la somme des champs électriques créés par chaque charge de celle-ci. Il y a

additivité des champs électriques.

Soit N charges électriques portant la charge q_i situé en P_i , le champ électrique créé au point M vérifie :

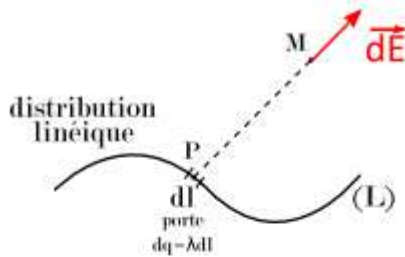
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 P_i M^2} \vec{u}_i \quad \vec{u}_i = \frac{\overrightarrow{P_i M}}{P_i M} \quad (5)$$

2.3 Champ électriques créés par des distributions continues

Dans le cas de ces distributions continues, chaque portion de ligne, surface ou volume portant la charge dq crée un champ élémentaire $d\vec{E}$.

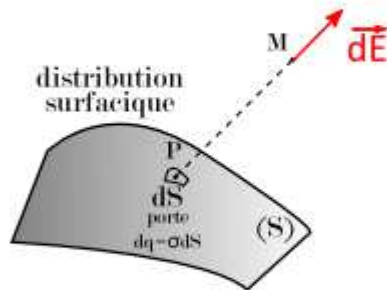
Pour obtenir le champ électrique total en un point M , il faut sommer (de façon continue) ces champs élémentaires sur l'ensemble de la ligne, de la surface ou du volume.

Ainsi, on a recourt à des intégrales :



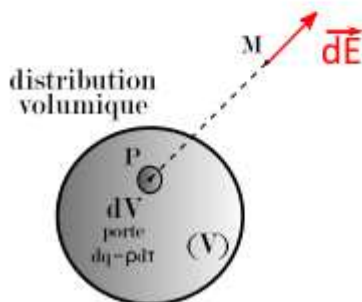
$$\vec{E} = \int_{P \in L} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 P M^2} \vec{u} = \int_{P \in L} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 P M^2} \vec{u} \quad (6)$$

$$\text{avec } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$



$$\vec{E} = \iint_{P \in S} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 P M^2} \vec{u} = \iint_{P \in S} \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0 P M^2} \vec{u} \quad (7)$$

$$\text{avec } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$



$$\vec{E} = \iiint_{P \in V} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 P M^2} \vec{u} = \iiint_{P \in V} \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 P M^2} \vec{u} \quad (8)$$

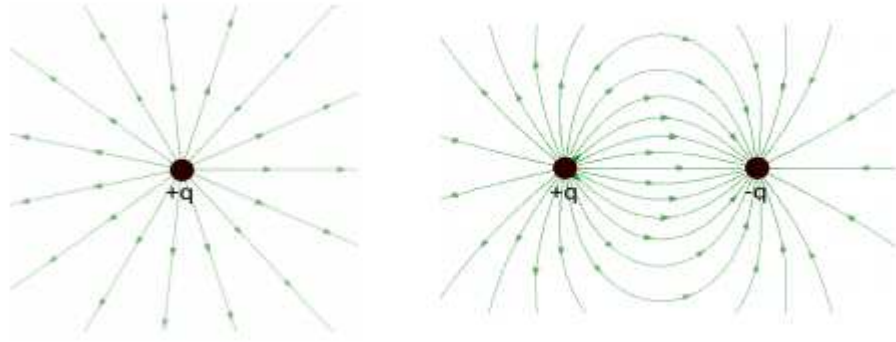
$$\text{avec } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

2.4 Lignes de champ

Une **ligne de champ** est tangente en chacun de ses points M au champ $\vec{E}(M)$

Elle vérifie les propriétés suivantes :

1. Les lignes de champ électrostatique divergent à partir des charges positives et convergent vers les charges négatives.



2. Lorsqu'il est défini, le champ électrostatique est nul au point d'intersection de deux lignes de champ (deux lignes de champ ne peuvent donc se couper que si $\mathbf{E}(M) = 0$ ou $\mathbf{E}(M)$ non défini).

3. Les lignes de champ électrostatique d'une distribution

- partent à l'infini si la distribution est globalement positive
- proviennent de l'infini si la distribution est globalement négative
- n'aboutissent ni ne proviennent de l'infini si la distribution est globalement neutre

3 Invariances et symétries

3.1 Invariances des distributions de charges

Une distribution, illimitée dans la direction de l'axe Δ , est **invariante par translation** suivant Δ si, pour tout point M et son translaté M' , sa densité de charge vérifie $q(M) = q(M')$.

exemple : distribution invariante par translation suivant Oz

$$q(r, \theta, z) = q(r, \theta)$$

Une distribution, est **invariante par rotation** autour d'un axe Δ si, pour tout point M et M' obtenu après rotation, sa densité de charge vérifie $q(M) = q(M')$.

exemple : distribution invariante par rotation autour d'un axe Oz

$$q(r, \theta, z) = q(r, z)$$

Une distribution à **symétrie cylindrique** est telle que

$$\rho(r, \theta, z) = \rho(r)$$

(invariance par rotation autour de Oz et invariance par translation suivant Oz)

Une distribution à **symétrie sphérique** est telle que

$$q(r, \theta, \varphi) = q(r)$$

(invariance par rotation autour de \mathbf{e}_φ et invariance par rotation autour de Oz)

3.2 Plan de symétrie et plan d'antisymétrie

Une distribution est symétrique par rapport à un plan Π si, pour tout point P il existe un symétrique P' , et si sa densité de charge vérifie

$$dq(P') = dq(P)$$

Une distribution est antisymétrique par rapport à un plan Π^* si, pour tout point P il existe un symétrique P' , et si sa densité de charge vérifie

$$dq(P') = -dq(P)$$

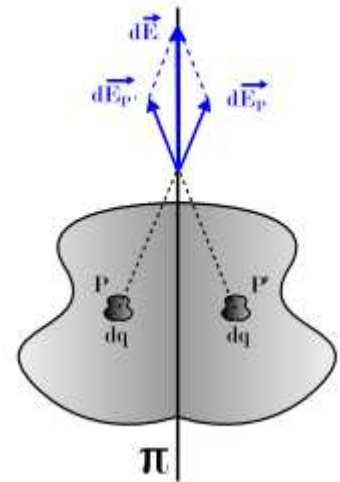
3.3 Conséquences pour le champ électrostatique

Nous généralisons les observations des cartes de champ : \vec{E} est transformé en son symétrique par un plan Π

$$\vec{E}(M') = \text{sym} \vec{E}(M)$$

d'autre part

$$\boxed{\vec{E}(M \in \Pi) \in \Pi}$$

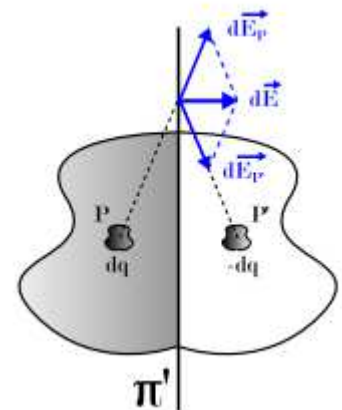


\vec{E} est transformé en son antisymétrique par un plan Π^*

$$\vec{E}(M') = -\text{sym} \vec{E}(M)$$

$$\boxed{\vec{E}(M \in \Pi^*) \perp \Pi^*}$$

D'autre part, le champ électrostatique (effet) possède au moins les invariances des distributions de charges (cause).



4 Théorème de Gauss

Ce théorème va permettre un calcul de champ plus aisé (à condition que les symétries de la distribution soient suffisante).

4.1 Flux du champ électrique à travers une surface

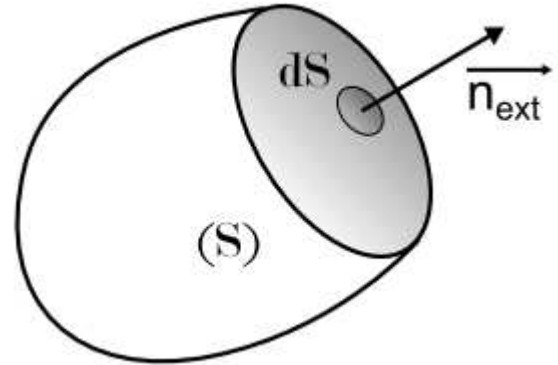
Le flux du champ électrique en un point M de l'espace à travers la surface S est défini par :

$$\Phi = \oint_S d\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iint_S \vec{E} \cdot \vec{n} dS \quad (9)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \Phi : \text{flux du champ électrique à travers } S \text{ exprimé en Volt fois mètre (} V.m \text{)}. \\ \vec{E} : \text{champ électrique en Volt par mètre (} V.m^{-1} \text{)}. \\ dS : \text{élément infinitésimal de la surface } S \text{ en mètre carré (} m^2 \text{)}. \\ \vec{n} : \text{vecteur unitaire normal à l'élément de surface } dS, \text{ sans unité.} \end{cases}$$

En pratique, dans le théorème de Gauss, nous choisirons une **surface fermée** : une surface est dite fermée lorsqu'elle délimite un volume.

Le vecteur unitaire \vec{n} , normale à la surface est alors orienté de l'intérieur vers l'extérieur du volume délimité par la surface. on l'écrira alors \vec{n}_{ext} .



Aussi, pour indiquer que le flux du champ électrique sera calculé sur une surface fermée, on ajoute un rond au signe intégrale double.

Le flux du champ électrique à travers une surface fermée s'écrit :

$$\Phi = \oint_S d\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint_S \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext} dS$$

4.2 Enoncé du théorème de Gauss

Le flux du champ électrique \vec{E} à travers une surface fermée S est proportionnel à la charge Q_{int} contenue dans le volume que délimite la surface S :

$$\boxed{\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}} \quad (10)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} Q_{int} : \text{charge électrique à l'intérieur du volume exprimée en Coulomb (C)}. \\ \epsilon_0 : \text{permittivité du vide exprimée en SI : } \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} SI. \end{cases}$$

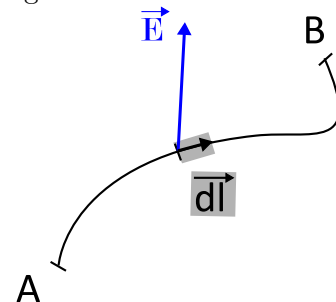
Partie 2 : potentiel et énergie électrostatiques

1 Circulation du champ électrostatique

1.1 Définition

On appelle circulation du champ électrostatique \vec{E} entre A et B la grandeur :

$$\boxed{C_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}} \quad (11)$$



circulation du champ électrostatique ne dépend que des positions des points A et B, la circulation du champ, elle est donc **indépendante du chemin suivi** :

On dit que la circulation du champ \vec{E} est conservative.

2 Potentiel électrostatique

2.1 Définition

Vue que la circulation du champ \vec{E} ne dépend pas du chemin suivi, on peut définir une grandeur scalaire V telle que :

$$\boxed{\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(A) - V(B)} \quad (12)$$

Cette grandeur V est appelée potentiel électrique et s'exprime en Volt.

Propriétés

- Le potentiel électrique est défini à une constante près (constante d'intégration).
- Le potentiel électrostatique est additif .
- Le potentiel électrostatique est une grandeur continue.
- La différence de potentiel n'est autre que la tension que l'on connaît en électricité.

2.2 Potentiel créé par une charge ponctuelle.

Le potentiel électrostatique créé en un point M , par une charge ponctuelle placée en O est :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_M} + cste \quad (13)$$

où la constante est choisie en fonction de l'origine des potentiels : si on considère que le potentiel est nul à l'infini, la constante est nulle.

2.3 Généralisation aux distributions de charges.

- Pour une distribution de N charges ponctuelles placées en P_i :

$$V(M) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 P_i M}$$

- Pour une distribution linéique de charges : $V(M) = \int_{P \in L} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 PM}$
- Pour une distribution surfacique de charges : $V(M) = \iint_{P \in S} \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0 PM}$
- Pour une distribution volumique de charges : $V(M) = \iiint_{P \in V} \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 PM}$

Remarque

- Ces expressions ne sont a priori valables que dans le cas de distribution finie, le potentiel étant pris nul à l'infini

3 Le champ électrostatique est un champ de gradient

Le champ électrostatique est un champ de gradient :

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V} \quad (14)$$

avec $\overrightarrow{\text{grad}} V = \vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z$ en coordonnées cartésiennes

Ainsi :

- On dit que le champ \vec{E} dérive du potentiel V .
- Le signe - est arbitraire (ce choix se justifiera quand nous aborderons l'énergie), il signifie \vec{E} est dirigé vers les potentiels décroissants.

4 Surfaces équipotentielles

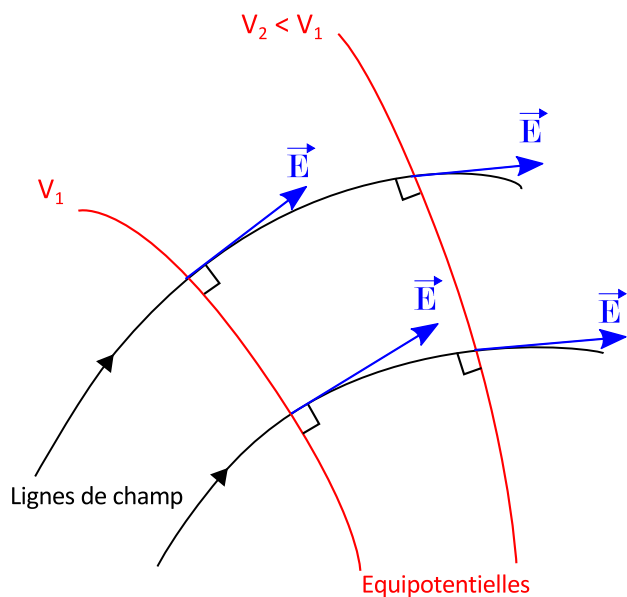
4.1 Définition

Une surface équipotentielle est définie par l'ensemble des points où la valeur du potentiel électrique est la même. Deux surfaces équipotentielles, définies par $V(M) = V_0$ et $V(M) = V'_0$, ne peuvent donc pas se rencontrer.

4.2 Lignes de champ et surfaces équipotentielles

4.2.1 Propriétés

1. Les surfaces équipotentielles sont en tous points orthogonales aux lignes de champ.
2. Le long d'une ligne de champ, le champ \vec{E} est dirigé suivant les potentiels décroissants.



5 Énergie potentielle électrostatique

$$\vec{F} = q\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} qV = -\overrightarrow{\text{grad}} E_P \quad (15)$$

La force de Coulomb dérive bien d'une énergie potentielle comme le champ électrique dérive d'un potentiel.

$$\boxed{E_P(M) = qV(M) + cste} \quad (16)$$

- $E_P(M)$: Énergie potentielle exprimée en Joule (J).
- q : Charge électrique exprimée en Coulomb (C).
- V : Potentiel électrique exprimée en Volt (V).
- $cste$: Constante exprimée en Joule, fixée par définition de l'origine des énergies potentielles.

5.1 Énergie potentielle d'interaction entre deux charges ponctuelles

5.1.1 Définition

L'énergie potentielle d'interaction est l'énergie qu'il faut fournir à un système de deux charges ponctuelles situées initialement à l'infini pour les rapprocher à une distance r_{12} l'une de l'autre.

5.1.2 Énergie potentielle de chaque charge

Soient les charges q_1 et q_2 placées en deux points M_1 et M_2 distants de r_{12} . La charge q_1 est soumise au champ \vec{E}_2 créé par q_2 .

Elle possède donc une énergie potentielle électrostatique $E_{P1} = q_1 V_2$ (V_2 car elle subit le champ \vec{E}_2). Ainsi :

$$E_{P1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + cste \quad (17)$$

Et avec le même raisonnement pour la charge q_2 :

$$E_{P2} = E_{P1} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + cste \quad (18)$$

Remarque : On peut annuler les constantes ici en supposant que si les charges sont infiniment éloignées l'une de l'autre, elles n'ont aucune influence l'une sur l'autre et elles ne possèdent pas d'énergie potentielle.

6 Exemples de calcul du champs électrostatique

Partie 3 : Dipôle électrostatique

1 Définition

1.1 Le dipôle est un doublet

Un dipôle électrostatique est un doublet composé de deux points portant des charges opposées : le point P qui porte la charge $+q$ et le point N qui porte la charge $-q$. La distance NP est considérée petite et constante.

1.2 Moment dipolaire

On associe une grandeur à ce dipôle, appelée moment dipolaire est définie par :

$$\vec{p} = q \overrightarrow{NP} \quad (19)$$

La charge q s'exprime en Coulomb (C), la distance NP en mètre (m) donc le moment dipolaire s'exprime en Coulomb mètre ($C \times m$). Néanmoins, on lui préfère généralement une autre unité, plus appropriée (ordre de grandeur), le Debye (D) : $1D = \frac{1}{3} \exp -29 C \times m$.

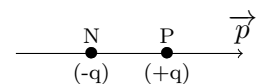


FIGURE 1 – Dipôle électrostatique et moment dipolaire

1.3 Distribution de charges et dipôle

La notion de moment dipolaire est importante car généralement, on peut assimiler une distribution quelconque électriquement neutre de charges électriques en l'association d'un barycentre des charges positives et

d'un barycentre des charges négatives distants de NP et constituant un dipôle électrique.

En chimie par exemple, bien qu'elles soient neutres, certaines molécules possèdent un moment dipolaire. C'est le cas de la molécule d'eau, dont le moment dipolaire vaut 1.85 D.

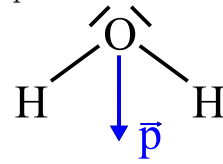


FIGURE 2 – Molécule d'eau et moment dipolaire

2 Champ et potentiel créé par le dipôle électrostatique

2.1 Approximation dipolaire

L'approximation dipolaire consiste à considérer que le point M où l'on observe le champ créé par le dipôle vérifie $r = OM \gg NP$.

Grâce à cette relation, on aura la possibilité de négliger certains termes dans l'expression du champ et du potentiel.

2.2 Calcul du potentiel créé par un dipôle dans l'approximation dipolaire

On étudie le potentiel créé par un dipôle NP de moment dipolaire $\vec{p} = q \overrightarrow{NP}$ en un point M repéré en coordonnées sphériques par r , θ et ϕ .

La distance NP sera noté d.

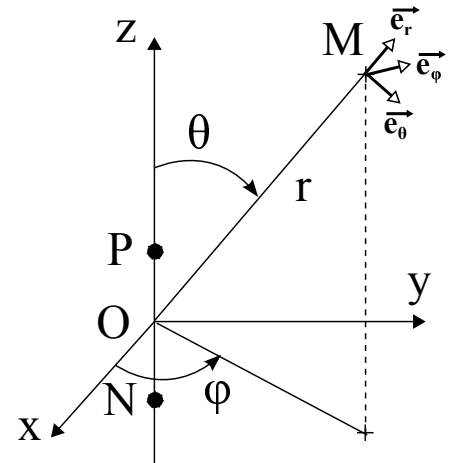


FIGURE 3 – Dipôle électrostatique et coordonnées sphériques

Le potentiel électrostatique créé par ce doublet est égal à la somme des potentiels créés par chacune des charges du doublet :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 PM} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 NM} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{PM} - \frac{1}{NM} \right) \quad (20)$$

Le potentiel étant pris nul à l'infini, nous ne faisons pas intervenir de constante.

Or on connaît le théorème de Pythagore généralisé qui dit que :

$$PM^2 = PO^2 + OM^2 - 2 PO OM \cos \theta \quad (21)$$

et que :

$$NM^2 = NO^2 + OM^2 - 2 NO OM \cos(\pi - \theta) \quad (22)$$

Or on a $OM = r$ et $PO=NO=\frac{d}{2}$, on sait que $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ donc :

$$PM = \left(\frac{d^2}{4} + r^2 - dr \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad NM = \left(\frac{d^2}{4} + r^2 + dr \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

$$PM = r \left(\frac{d^2}{4r^2} + 1 - \frac{d}{r} \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad NM = r \left(\frac{d^2}{4r^2} + 1 + \frac{d}{r} \cos \theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

Finalement :

$$\frac{1}{PM} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{d}{r} \cos \theta + \frac{d^2}{4r^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \frac{1}{NM} = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{d}{r} \cos \theta + \frac{d^2}{4r^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (25)$$

Connaissant l'approximation dipolaire ($r \gg d$), nous pouvons effectuer un développement limité des expressions ci-dessus au premier ordre en $\frac{d}{r}$.

Sachant que $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x$, on obtient :

$$\frac{1}{PM} = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{d}{2r} \cos \theta \right) \quad \frac{1}{NM} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{d}{2r} \cos \theta \right) \quad (26)$$

Le terme en $\frac{d^2}{r^2}$ a disparu puisque l'on se contente du premier ordre.

Revenons maintenant à l'expression de notre potentiel :

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{PM} - \frac{1}{NM} \right) \quad (27)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left(\left(1 + \frac{d}{2r} \cos \theta \right) - \left(1 - \frac{d}{2r} \cos \theta \right) \right) \quad (28)$$

$$\boxed{V(M) = \frac{q d \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}} \quad (29)$$

Car $p = qd$ est la norme du moment dipolaire. On peut donc écrire ce potentiel à l'aide du vecteur moment dipolaire :

$$\boxed{V(M) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}} \quad (30)$$

2.3 Champ créé par un dipôle dans l'approximation dipolaire

On utilise la relation qui dit que le champ dérive du potentiel : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V$. D'où en coordonnées polaires :

$$\left| \begin{array}{l} -\frac{\partial V}{\partial r} = E_r \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = E_\theta \end{array} \right. \iff \left| \begin{array}{l} E_r = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \\ E_\theta = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \end{array} \right. \quad (31)$$

2.4 Lignes de champ et équipotentielles associées à un dipôle

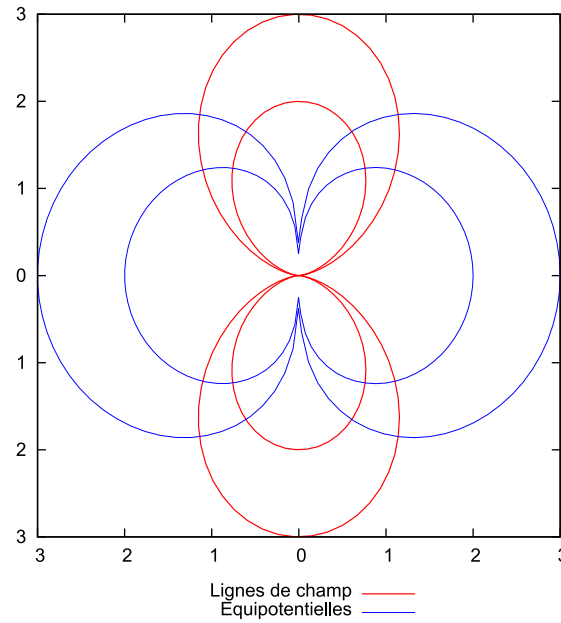


FIGURE 4

3 Action d'un champ extérieur uniforme sur un dipôle

3.1 Force appliquée

La résultante des forces appliquées sur le moment est la somme de la force de Coulomb qui s'exerce sur P et de la force de coulomb qui s'exerce sur N.

Comme on le voit sur le schéma ci-contre, ces deux forces sont de même valeur mais opposées, **la résultante des forces appliquées sur le dipôle est nulle.**

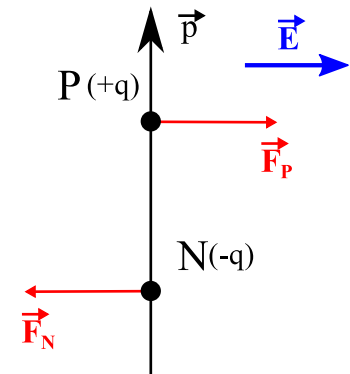


FIGURE 5 – Forces qui s'exercent sur un dipôle baigné dans un champ extérieur

3.2 Moment des forces appliquées

Au vu des forces appliquées sur ce dipôle, on s'attend à ce que le moment de ces forces soit non nul. Calculons celui-ci en un point O situé à mi distance de N et de P :

$$\vec{M}_O(\vec{F}_P + \vec{F}_N) = \vec{OP} \wedge \vec{F}_P + \vec{ON} \wedge \vec{F}_N \quad (32)$$

$$= (\vec{OP} - \vec{ON}) \wedge q\vec{E} \quad (33)$$

$$= q\vec{NP} \wedge \vec{E} \quad (34)$$

$$= \vec{p} \wedge \vec{E} \quad (35)$$

Ce moment est donc non nul et est indépendant du point choisi pour le calculer.

La résultante des forces appliquées au dipôle est nulle mais le moment de celles-ci tend à faire s'orienter spontanément le dipôle dans le sens du champ.

$$\vec{F} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{M}_0 = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

3.3 Énergie potentielle

Cette énergie est toujours égale au travail que l'opérateur effectuerait pour placer le dipôle depuis l'infini à sa position finale.

L'énergie pour la charge située en N s'écrit : $E_P(N) = -q \times V(N)$ où $V(N)$ est le potentiel du champ extérieur au point N.

L'énergie pour la charge située en P s'écrit : $E_P(P) = +q \times V(P)$ où $V(P)$ est le potentiel du champ extérieur au point P.

On a donc :

$$E_P = E_P(N) + E_P(P) = q \times (V(P) - V(N)) \quad (36)$$

Faisons apparaître le moment dipolaire dans cette expression. Pour cela on va écrire la circulation du champ \vec{E} entre les points N et P de deux façons :

1. En utilisant le fait que le champ \vec{E} est uniforme :

$$\int_N^P \vec{E} \cdot d\vec{l} = \vec{E} \cdot \int_N^P d\vec{l} = \vec{E} \cdot \vec{NP} \quad (37)$$

2. En utilisant la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$:

$$\int_N^P \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_N^P -\overrightarrow{\text{grad}}V \cdot d\vec{l} = V(N) - V(P) \quad (38)$$

On obtient alors :

$$\vec{E} \cdot \vec{NP} = V(N) - V(P) \quad \text{et} \quad E_P = q \times -\vec{E} \cdot \vec{NP} = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (39)$$

L'énergie potentielle électrostatique d'un dipôle plongé dans un champ extérieur est :

$$E_P = q(V(P) - V(N)) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

3.4 Énergie potentielle et position d'équilibre

D'après l'expression ci-dessus, l'énergie potentielle sera extrémale lorsque \vec{p} et \vec{E} seront colinéaires. Ainsi le dipôle admet deux positions d'équilibre : voir figure 6.

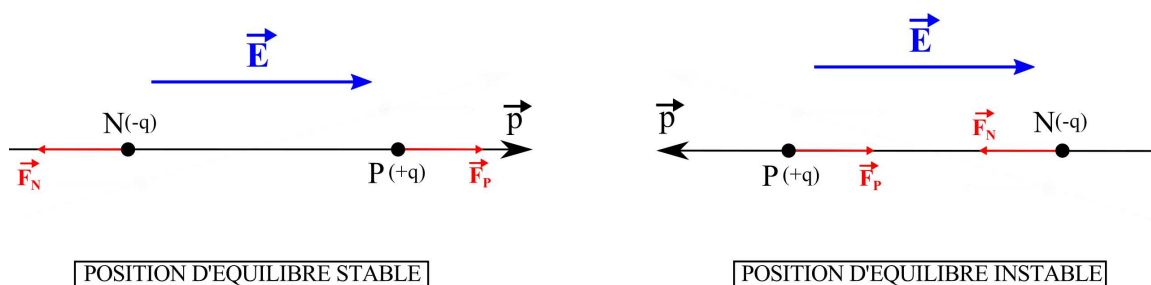


FIGURE 6 – Positions d'équilibre stable et instable du dipôle en présence d'un champ uniforme