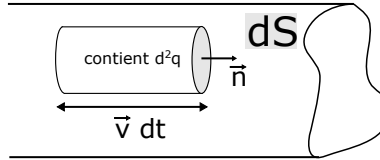


I. Champ magnétostatique

1 Vecteur densité de courant électrique

Soit un conducteur possédant n atomes par unité de volume, chaque atome possédant une charge libre q . Le conducteur est soumis à un champ électrique qui provoque un déplacement d'ensemble des charges libres du conducteur.



L'intensité du courant di qui traverse une section dS du conducteur est :

$$di = nq \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

\vec{j} est le vecteur densité de courant :

$$\vec{j} = nq \vec{v} = \rho_m \vec{v}$$

où $\rho_m = nq$ est la densité volumique de charges mobiles ayant la vitesse \vec{v} .

D'après cette expression, \vec{j} s'exprime en $A.m^{-2}$.

Le courant est donc égal au **flux** du vecteur densité de courant à travers la surface S :

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

2 Champ magnétique créé par un courant

2.1 Loi de Biot et Savart

Biot et Savart sont deux physiciens français du 19^{ème} siècle.

Cette loi donne, par intégration, le champ magnétique créé en un point M distant de r d'un courant d'intensité I circulant le long d'une ligne L :

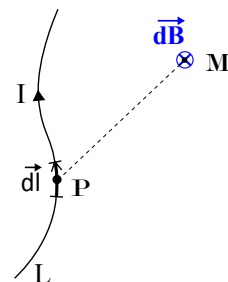
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int_{P \in L} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide, constante physique.

On donne généralement la valeur de μ_0 ainsi : $\mu_0 = 4\pi \exp -7SI$.

Cette constante est relié à ϵ_0 et c par la formule suivante :

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$



2.2 Cas général

La loi de Biot et Savart peut se généraliser :

- à des courants surfaciques (\vec{J}_s), traversant la section dS d'un conducteur surfacique de surface totale (S) :

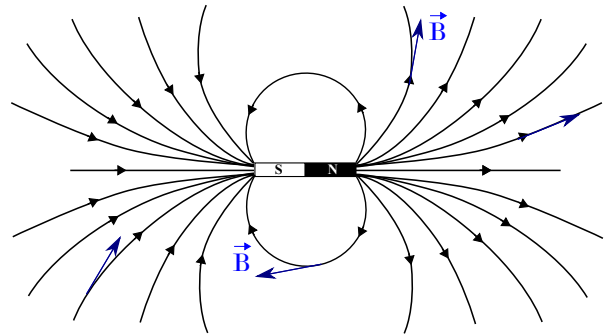
$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J}_s \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} dS \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{P \in (S)} \frac{\vec{J}_s \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} dS$$

- à des courants volumiques (\vec{j}) parcourant un conducteur volumique de volume (V) (volume élémentaire dV) :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} d\tau \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{P \in (V)} \frac{\vec{j} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} d\tau$$

3 Lignes de champ magnétique

Comme pour le champ \vec{E} si on trace des lignes orientées suivant le champ magnétique et sur lesquelles celui-ci est tangent, on obtient les lignes de champ magnétique. On appelle souvent le dessin de ces lignes un spectre magnétique. La figure ci-contre montre le spectre magnétique d'un aimant droit.



4 Symétries et invariances

Comme pour le champ électrostatique, des réflexions sur les symétries et les invariances permettent de simplifier la recherche du champ magnétique créé par une distribution de courants.

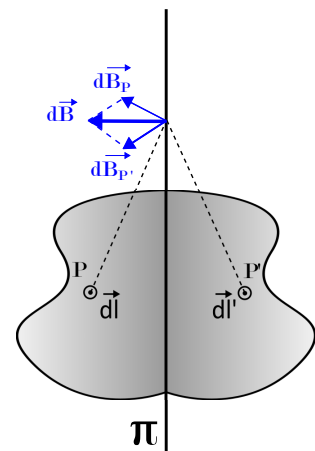
4.1 Symétries et antisymétries

4.1.1 Plan de symétrie

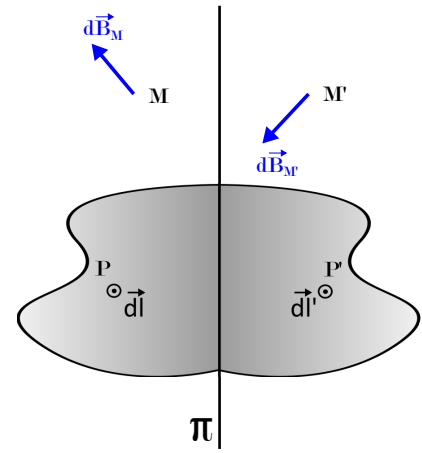
Prenons une distribution de courant dont on peut trouver un plan de symétrie et calculons le champ magnétique en un point M de ce plan.

Si une distribution de courants admet un plan de symétrie, alors le champ \vec{B} est forcément orthogonal à ce plan.

Cela signifie que l'existence d'un seul plan de symétrie nous permet de trouver la direction du champ magnétique.



On peut également montrer qu'en deux points M et M' symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est l'opposé du symétrique du champ \vec{B} en M .

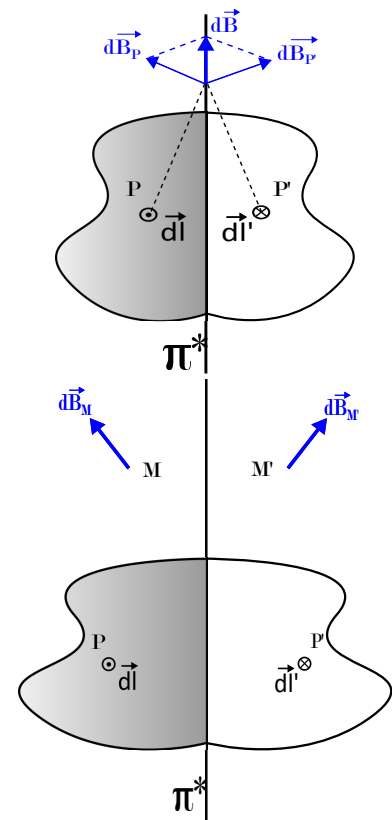


4.1.2 Plan d'antisymétrie

Prenons une distribution de courant dont on peut trouver un plan d'antisymétrie et calculons le champ magnétique en un point M de ce plan.

Si une distribution de courants admet un plan d'antisymétrie, alors le champ \vec{B} est contenu dans ce plan.

On peut également montrer qu'en deux points M et M' symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est le symétrique du champ B en M .



Remarque

Contrairement au champ \vec{E} qui possédait les mêmes symétries que ses sources, le champ \vec{B} est antisymétrique par rapport à un plan si ce plan est un plan de symétrie pour les courants.

4.2 Invariances

Pour considérer celles-ci, on procède de la même manière que pour le champ électrique, on place un point M qui regarde la distribution, puis on le déplace par translation le long de la distribution ou par rotation autour d'elle. Si le point M voit la même distribution, il y a invariance et le champ magnétique au point M ne dépendra pas de la coordonnée qui "produit" l'invariance.

5 Calcul du champ par méthode intégrale

5.1 champ créé par une spire circulaire en un point de son axe

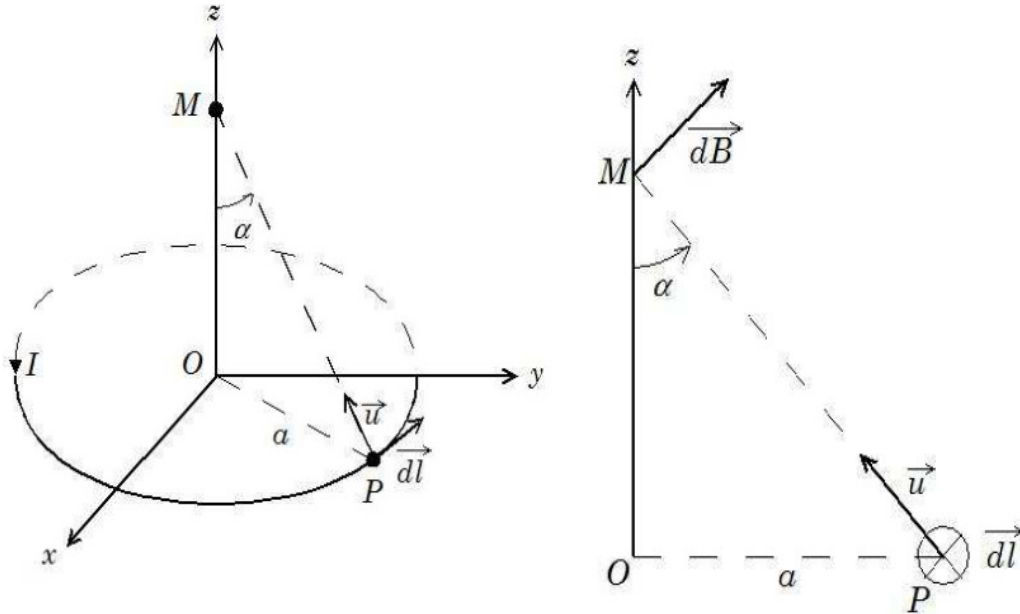
Soit une spire circulaire, de rayon a , de centre O , parcourue par un courant I .

Déterminons l'expression du champ magnétique en un point de son axe.

Nous adopterons les notations de la figure ci-dessous.

Pour un point situé sur l'axe de la spire (donc la position de M est caractérisée par sa seule cote, z).

Utilisons les propriétés de symétrie : tout plan contenant l'axe de la spire est plan d'antisymétrie des sources donc le champ magnétique est orienté suivant cet axe. Il en découle que $\vec{B} = B(M)\vec{u}_z$.



Pour calculer ce champ, appliquons la loi de Biot et Savart en nous intéressant au champ créé par un élément de conducteur de longueur dl (le vecteur \vec{dl} est toujours orienté par le sens du courant) :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

Il suffit de s'intéresser à la composante de cette expression suivant $\vec{u}(z)$: $dB_z = dB \sin \alpha$.

De plus, \vec{dl} et \overrightarrow{PM} étant orthogonaux, $\vec{dl} \wedge \overrightarrow{PM}$ a pour norme $PM \cdot dl$.

$$B(z) = B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{\sin(\alpha)}{PM^2} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin(\alpha)}{PM^2} \oint dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin(\alpha)}{PM^2} 2\pi a = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{\sin^3(\alpha)}{a} \quad \text{car } \sin(\alpha) = \frac{a}{PM}$$

Finalement :

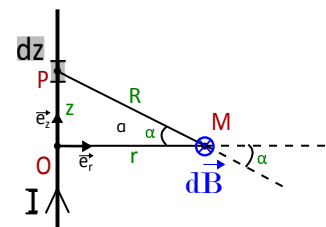
$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2a} \sin^3(\alpha) \vec{u}_z}$$

5.2 champ créé par un fil infini

On considère un fil infiniment long parcouru par un courant d'intensité I . On cherche le champ magnétique créé en un point M distant de r du fil.

Ci-contre, voici le schéma de la situation.

On utilisera les coordonnées cylindriques dans ce problème.



1. **Symétries et invariances :** Le plan perpendiculaire au fil passant par M est un plan d'antisymétrie de la distribution, le champ magnétique doit être contenu dans ce plan.

De plus, la règle du tire bouchon indique que le sens du champ magnétique est le même que celui du vecteur \vec{e}_θ (la base $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$ est directe).

Il y a invariance par rotation autour du fil et par translation suivant l'axe Oz (fil infini), le champ magnétique ne dépend que de r.

Finalement :

$$\vec{B}(M) = B_\theta(r) \vec{e}_\theta$$

2. **Champ magnétique élémentaire :** Comme nous l'avons fait pour le champ électrostatique, nous allons calculer le champ magnétique créé par un élément infinitésimal de fil, puis nous sommerons sur l'ensemble du fil infini.

D'après la loi de Biot et Savart, on a :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0 I dz}{4\pi} \frac{\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

Exprimons le produit vectoriel de cette expression :

On a :

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM} = -z \vec{e}_z + r \vec{e}_r$$

Donc :

$$\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{PM} = \begin{vmatrix} 0 & r \\ 0 & 0 \\ 1 & -z \end{vmatrix} = r \vec{e}_\theta$$

On a aussi :

$$\cos \alpha = \frac{r}{PM} = \frac{r}{R} \iff R = \frac{r}{\cos \alpha}$$

Et :

$$z = r \times \tan \alpha$$

$$dz = r \times d(\tan \alpha)$$

$$dz = r \times (1 + \tan^2 \alpha) d\alpha$$

$$dz = \frac{r}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

Utilisons (2) et (??) dans (2), l'expression de la loi de Biot et Savart :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I r}{4\pi \cos^2 \alpha} \frac{r}{\frac{r^3}{\cos^3 \alpha}} d\alpha \vec{e}_\theta$$

$$\iff d\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{4\pi r} d\alpha \vec{e}_\theta$$

3. **Intégration :** Il suffit à présent de sommer de façon continue tous les champs élémentaires créés par les éléments infinitésimaux dl du fil infini. Les bornes d'intégration concerneront α puisque c'est le paramètre que nous avons choisi de garder.

Afin de considérer un fil infini, nous devons intégrer α de $-\pi/2$ à $\pi/2$. Mais comme la situation est symétrique de part et d'autre du point O, nous pouvons intégrer entre 0 et $\pi/2$ et multiplier le champ

obtenu par 2.

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} B_{\theta}(r) &= \int_{\text{fil}} \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{4\pi r} d\alpha = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{4\pi r} d\alpha = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{4\pi r} d\alpha \\ &= 2 \frac{\mu_0 I}{4\pi r} [\sin \alpha]_0^{\pi/2} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{aligned}$$

Le champ magnétique créé par un fil infini s'écrit :

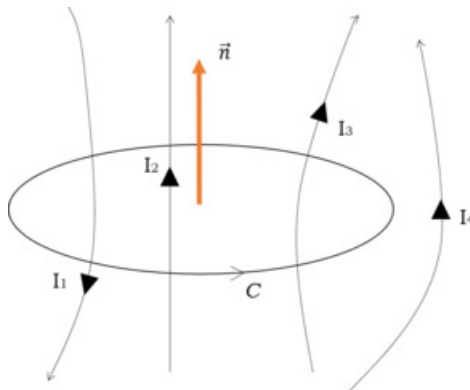
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_{\theta}$$

6 Théorème d'Ampère

6.1 Énoncé

La circulation du champ magnétostatique le long d'une courbe orientée fermée \mathcal{C} est égal à la somme algébrique des courants enlacés par ce contour

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlace}}$$



$$I_{\text{enlac}} = -I_1 + I_2 + I_3$$

6.2 Exemples

6.2.1 Le fil infini

Le système est invariant par translation suivant Oz donc \vec{B} ne dépend pas de z : $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$

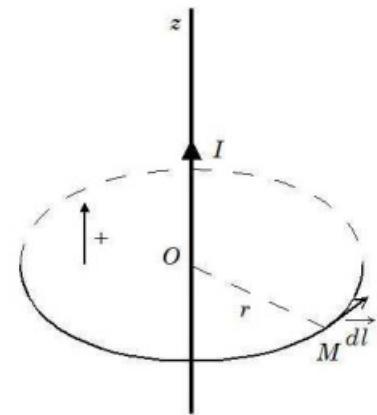
On applique donc le théorème d'Ampère en choisissant comme contour fermé un cercle de centre le projeté de M sur Oz et de rayon r . Sur ce contour, $B = \|\vec{B}\|$ est uniforme.

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(C)} B(r)\vec{u}_\theta \cdot d\vec{l} = \oint_{(C)} B(r)dl = B(r) \oint_{(C)} dl = 2\pi r B(r)$$

Le théorème d'Ampère $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{int}}$ s'écrit alors
 $2\pi r B(r) = \mu_0 I$,
 le courant I étant orienté dans le sens positif choisi.

Donc

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta}$$



6.2.2 Champ créé par un fil cylindrique infini

a. Courant volumique

Le conducteur est à présent décrit sans négliger le diamètre du fil conducteur, de rayon a .

On suppose alors que le courant I se répartit de façon uniforme dans la section du conducteur. On peut alors écrire
 $I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{s} = \iint j \cdot dS = j \iint dS = j\pi a^2$.

La répartition de courant peut alors s'écrire :

- Pour $r \leq a$, $\vec{j} = j\vec{u}_z = \frac{I}{\pi a^2} \vec{u}_z$
- Pour $r > a$, $\vec{j} = \vec{0}$.

Les notations et les propriétés de symétrie et d'invariances du problème sont les mêmes que pour un fil infini donc $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$.

Le théorème d'Ampère est encore appliqué à un contour circulaire de rayon r mais deux possibilités sont à envisager : $r \leq a$ et $r > a$.

Le calcul de $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l}$ est le même dans les deux cas, seul le calcul du courant traversant le contour change.

De la même manière que précédemment, $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B(r)$.

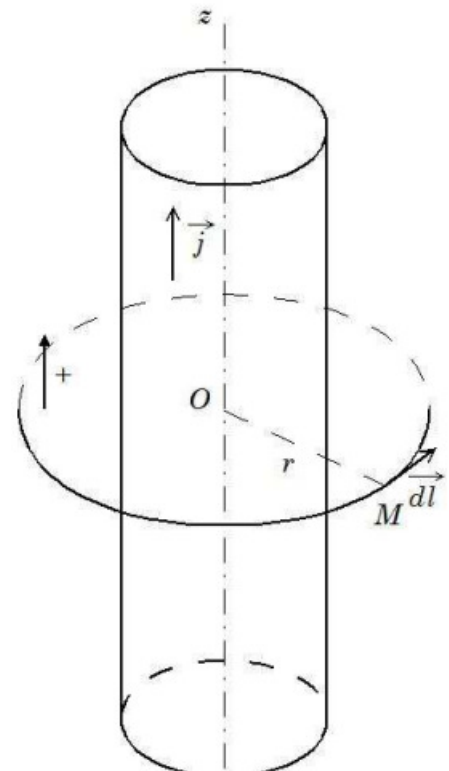
Courant enlacé :

- Si $r \leq a$, $I_{\text{int}} = \iint_{\text{disque de rayon } r} j \cdot dS = \pi r^2 j$.
 Donc $I_{\text{int}} = I \frac{r^2}{a^2}$

- Si $r > a$, $I_{\text{int}} = \pi a^2 j = I$ car le rayon du contour d'Ampère est supérieur à celui du conducteur.

Champ magnétique

- Si $r \leq a$, $B(r) = \frac{\mu_0 j r}{2} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$.



— Si $r > a$, $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

b. Courant surfacique

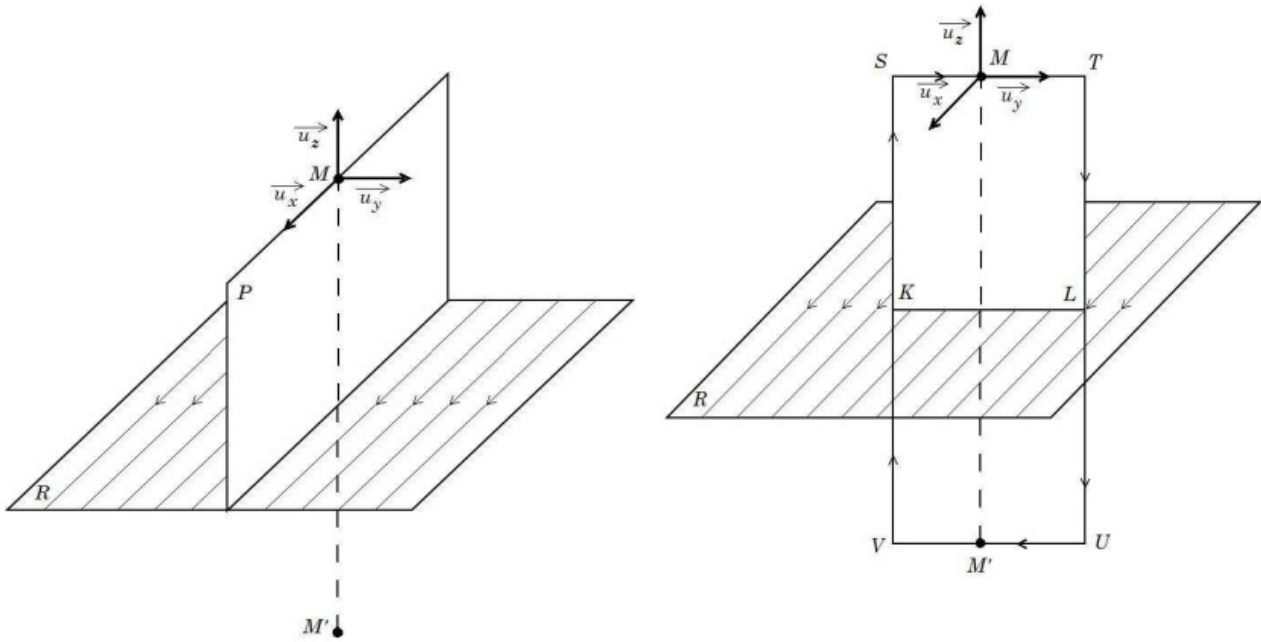
On suppose que le cylindre est creux de telle sorte que le courant soit superficiel, on obtient :

— Si $r \leq a$, $I_{\text{int}} = 0$ donc $B(r) = 0$.

— Si $r > a$, $I_{\text{int}} = I$ donc $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

6.2.3 Champ créé par une nappe de courant plane

On considère une distribution (D) de courants surfaciques de densité de courant uniforme $\vec{J}_s = j_s \vec{u}_x$ circulant à l'intérieur d'une nappe d'épaisseur e très faible (négligeable) et que nous assimilerons au plan $z = 0$, supposé illimité (voir figure).



Déterminons le champ en M , point quelconque de l'espace.

a) Symétries et invariances :

Le système est invariant par translation de y suivant \vec{u}_y et de z suivant \vec{u}_z : \vec{B} ne dépend que de z .

Le plan $P(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ est plan de symétrie des courants : $\vec{B} = B(z)\vec{u}_y$

Par ailleurs, le plan R (plan parcouru par les courants) est plan de symétrie des courants

donc $\vec{B}(-z) = -\vec{B}(z)$.

b) Théorème d'Ampère

Appliquons le théorème d'Ampère au contour fermé $STUV$ décrit sur la figure ci-dessous.

Calculons $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$ En notant $h = ST$:

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_S^T \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_T^U \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_U^V \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_V^S \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_S^T \vec{B} \cdot \vec{u}_y dl + \int_T^U \vec{B} \cdot (-\vec{u}_z) dl + \int_U^V \vec{B} \cdot (-\vec{u}_y) dl + \int_V^S \vec{B} \cdot \vec{u}_z dl \\ &= \int_S^T B(z) dl - \int_U^V B(-z) dl \\ \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_S^T B(z) dl + \int_U^V B(z) dl = B(z) \int_S^T dl + B(z) \int_U^V dl = 2hB(z) \end{aligned}$$

Courant enlacé par le contour d'Ampère :

$$I_{\text{int}} = \int_{KL} \vec{J}_s \cdot d\vec{\lambda} = - \int_{KL} j_s \cdot d\lambda = -j_s \int_{KL} d\lambda = -j \cdot h$$

(Nous pouvons vérifier le signe de ce courant au moyen de la règle de la main droite : $I_{\text{int}} < 0$)

Appliquons le théorème d'Ampère : $2hB(z) = -j \cdot h$ donc :

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 j}{2} \vec{u}_y \text{ si } z > 0, \text{ et } \vec{B} = \frac{\mu_0 j}{2} \vec{u}_y \text{ si } z < 0,$$

6.2.4 Champ créé sur son axe par un solénoïde circulaire

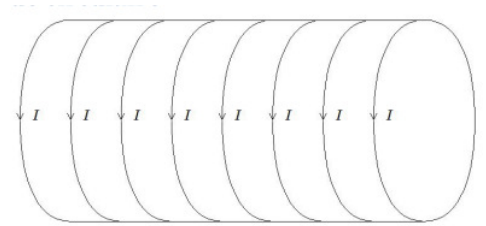
On appelle solénoïde un enroulement régulier de fil conducteur sur un cylindre.

L'objectif d'un tel système est de créer un champ magnétique intense en cumulant les contributions de nombreuses spires.

Le solénoïde, de rayon a et de longueur L , est composé de N spires ($N \gg 1$) de rayon a , parcourues par un courant I .

Soit $n = \frac{N}{L}$ le nombre de spires par unité de longueur.

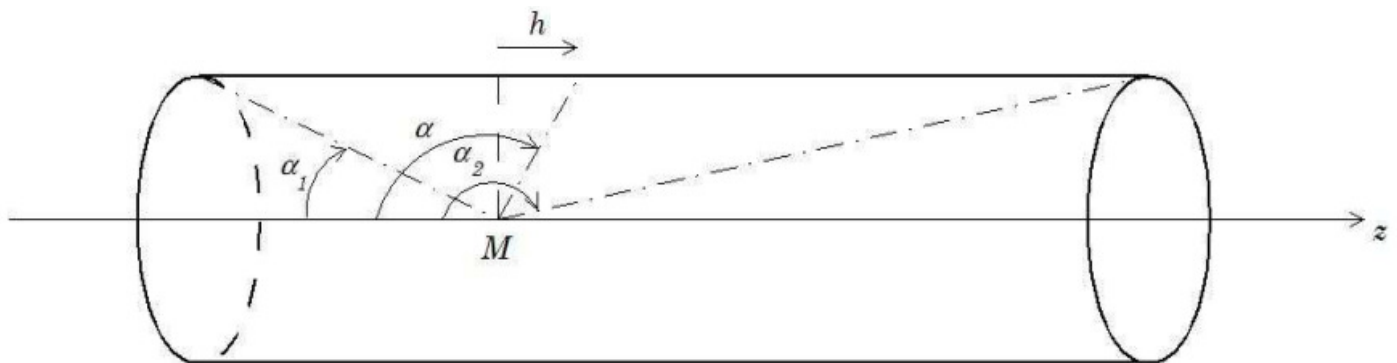
Déterminons le champ magnétique en un point M de l'axe du solénoïde.

**a) Symétries et invariances :**

Tout plan passant par l'axe du solénoïde (auquel M appartient) est plan d'antisymétrie des sources : $\vec{B} = B\vec{u}_z$ en adoptant les notations de la figure.

De plus, dans la mesure où on recherche le champ sur l'axe, B ne dépend ni de r , ni de θ .

L'étude des symétries donne donc $\vec{B} = B(z)\vec{u}_z$.



Puisque nous recherchons le champ magnétique créé seulement aux points M situés sur l'axe Oz , on ne peut pas trouver de courbe fermée qui ne passe que par ces points M . Il est par conséquent impossible d'utiliser le théorème d'Ampère ici.

b) Calcul du champ :

Définissons une "tranche élémentaire" du solénoïde par l'ensemble des spires vues de M entre les angles α et $\alpha + d\alpha$. L'épaisseur de cette tranche est :

$$dh = - \left(-\frac{a}{\sin^2(\alpha)} \right) d\alpha = \frac{a}{\sin^2(\alpha)} d\alpha. \text{ En effet, } \tan \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{h}{a}. \text{ Donc } h = -a \cotan(\alpha).$$

Cet élément dh contient ndh spires réelles du solénoïde.

D'après l'expression du champ créé sur l'axe d'une spire ($B(M) = \frac{\mu_0 I}{2a} \sin^3(\alpha)$) et par application du théorème de superposition le champ en M est donc :

$$dB = ndh \frac{\mu_0 I}{2a} \sin^3(\alpha) = \frac{n\mu_0 I}{2a} \sin^3(\alpha) \frac{a}{\sin^2(\alpha)} d\alpha = \frac{\mu_0 n I}{2} \sin(\alpha) d\alpha$$

En intégrant entre α_1 et α_2 , on obtient :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 n I}{2a} (\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)) \vec{u}_z$$

c) Champ créé par un solénoïde infini :

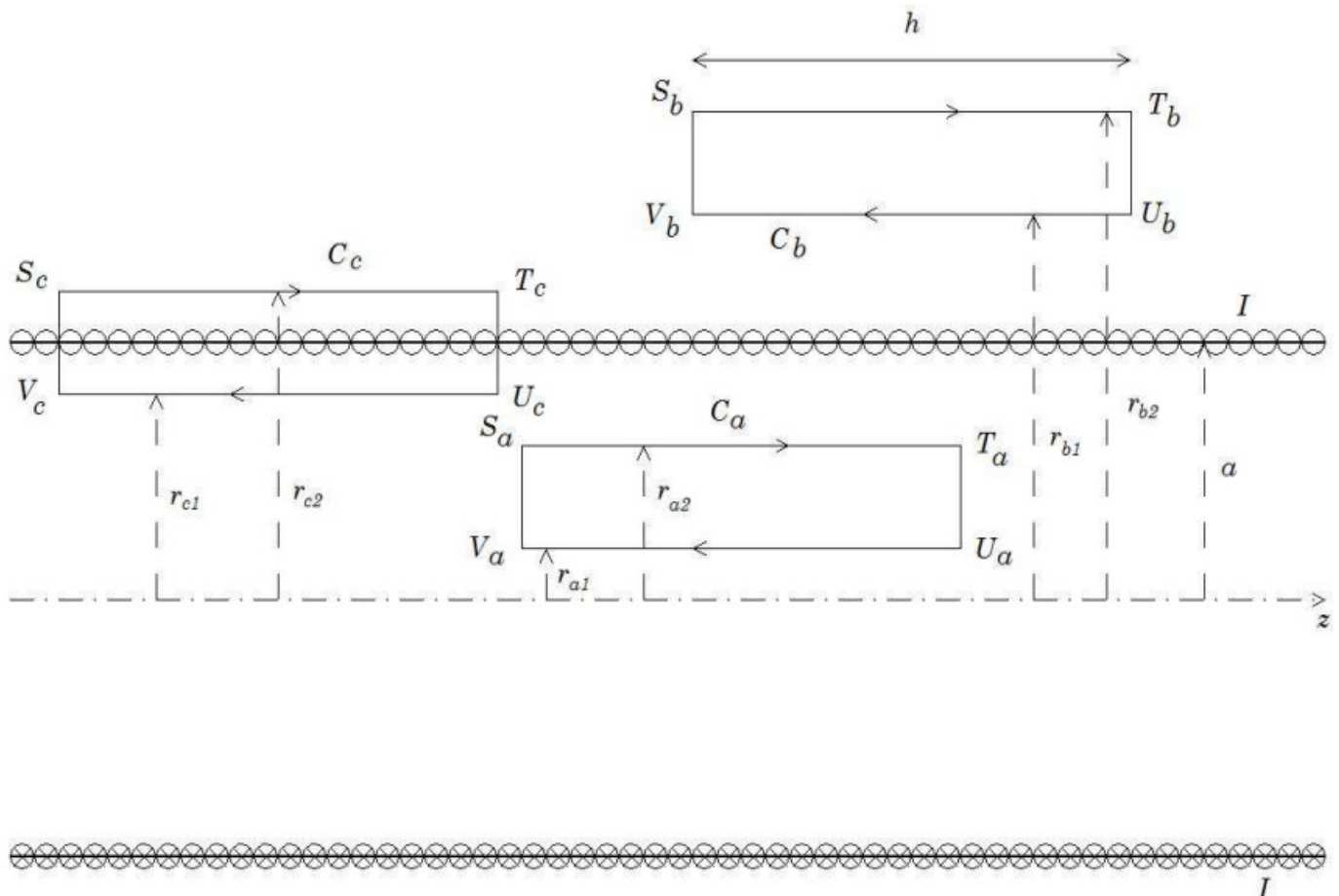
Si le solénoïde est infiniment long, α_1 tend vers 0 et α_2 vers π donc $\vec{B}(M) = \mu_0 n I \vec{u}_z$.

Déterminons, en appliquant le théorème d'Ampère, le champ créé en tout point de l'espace. On peut rapidement (et de manière moins calculatoire) retrouver ce résultat en tout point situé à l'intérieur du solénoïde par application du théorème d'Ampère.

Comme précédemment, les symétries donnent $\vec{B} = B(r, \theta, z) \vec{u}_z$.

Il y a invariance par translation suivant \vec{u}_z et par rotation autour de l'axe du solénoïde donc $\vec{B} = B(r) \vec{u}_z$.

Nous allons appliquer successivement le théorème d'Ampère aux trois contours rectangulaires (C_a, C_b et C_c) représentés sur le schéma suivant :



Pour cela, intéressons nous d'abord à $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl}$ (qui est le même dans les trois cas) :

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_S^T \vec{B} \cdot \vec{dl} + \int_T^U \vec{B} \cdot \vec{dl} + \int_U^V \vec{B} \cdot \vec{dl} + \int_V^S \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_S^T B(r_2) dl - \int_U^V B(r_1) dl$$

Car sur le coté ST , \vec{B} et \vec{dl} sont colinéaires et dans le même sens, de sens opposé sur UV et orthogonaux sur TU et VS .

$$\text{Donc } \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = h(B(r_2) - B(r_1))$$

Déterminons à présent I_{int} pour les différents contours.

- Pour le contour Ca , $I_{\text{int}} = 0$ donc $B(r_{a2}) = B(r_{a1}) = \mu_0 n I$: le champ est homogène à l'intérieur du solénoïde.
- Pour le contour C_c , $I_{\text{int}} = 0$ donc $B(r_{b2}) = B(r_{b1})$: le champ est homogène à l'extérieur du solénoïde.
- Pour le contour Ca , $I_{\text{int}} = -nhI$ le nombre de spires sur la longueur h étant nh et l'orientation de la surface étant opposée à celle du courant. Donc $(B(r_{c2}) - B(r_{c1}))h = -nhI$. Or $B(r_{c1}) = \mu_0 n I$ Donc $B(r_{c2}) = 0$.

Donc, en résumé, $B_{\text{ext}} = 0$ et $B_{\text{int}} = \mu_0 n I$.

$$\boxed{\vec{B}_{\text{int}} = \mu_0 n I \vec{u}_z \quad \text{et} \quad \vec{B}_{\text{ext}} = \vec{0}}$$

II. Dipôle magnétique

1 Moment magnétique et dipôle magnétique

1.1 Surface orientée

Soit une spire (boucle de courant filiforme) parcourue par un courant d'intensité I , on définit une surface orientée par l'intermédiaire d'un vecteur surface :

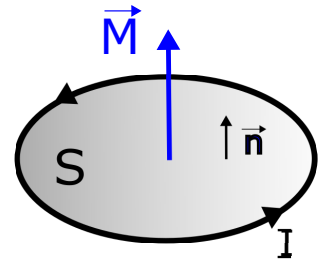
$$\vec{S} = \iint d\vec{S} = \iint dS \vec{n}$$

1.2 Moment magnétique

Le moment magnétique d'une boucle de courant est donné par :

$$\boxed{\vec{M} = I \vec{S} = I S \vec{n}}$$

Ce moment s'exprime donc en $A \times m^2$.



1.3 Notion de dipôle et approximation dipolaire

On parle de dipôle magnétique lorsque la spire de courant satisfait aux conditions de l'approximation dipolaire : la dimension de la spire soit petite devant la distance à laquelle on calcule le champ créé ($r \gg R$ si R est le rayon de la spire).

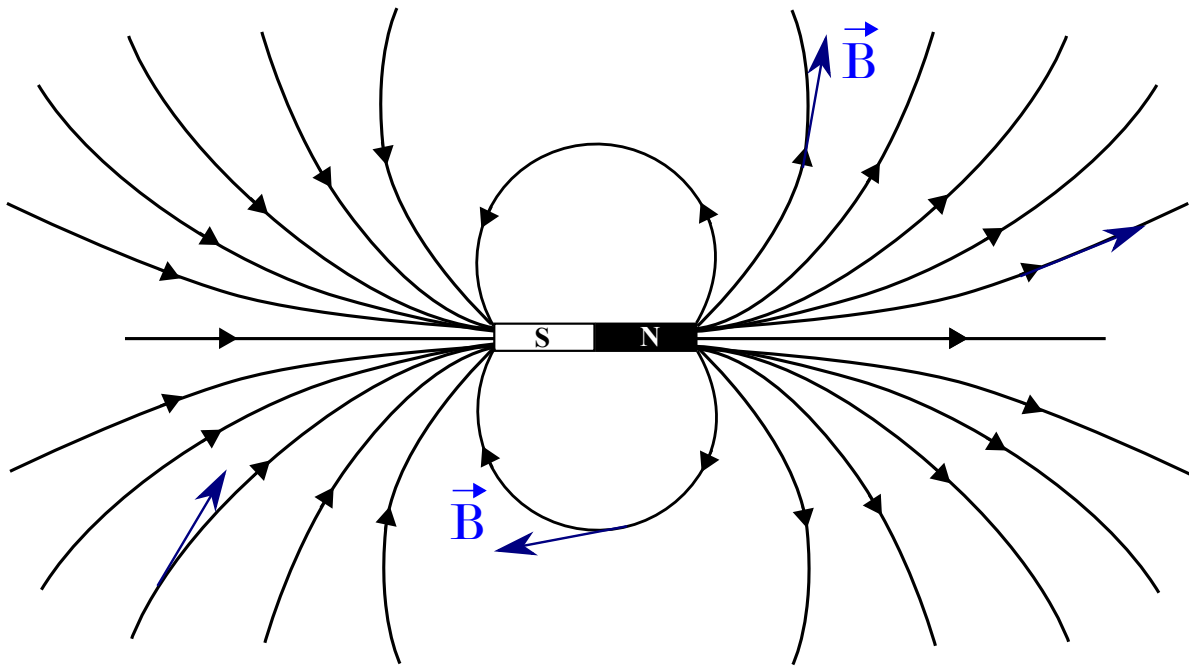
2 Champ magnétique créé par un dipôle magnétique

2.1 Expression du champ

Par analogie avec le dipole électrique, en remplaçant p par M , ϵ_0 par μ_0 . On trouve alors, en coordonnées sphériques, le champ suivant :

$$\boxed{\begin{aligned} B_r &= \frac{\mu_0 M \cos \theta}{2\pi r^3} \\ B_\theta &= \frac{\mu_0 M \sin \theta}{4\pi r^3} \\ B_\phi &= 0 \end{aligned}}$$

Ainsi, si les champs \vec{E} et \vec{B} créés par les dipôles électriques et magnétiques sont similaires, l'allure des lignes de champ doit également correspondre.



3 Action d'un champ magnétique sur un dipôle magnétique passif

3.1 Force de Laplace

(Deuxième année)

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

Tout circuit parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique subi cette force

Cas du dipôle magnétique

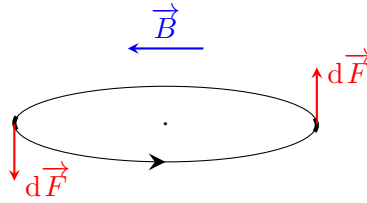
Le dipôle subit donc la force décrite précédemment. Mais celui-ci est modélisé par une spire parcourue par un courant I constant et elle est plongée dans un champ uniforme, on peut donc écrire :

$$\vec{F} = I \int d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

Pour une spire (boucle fermée), on a $\oint d\vec{\ell} = \vec{0}$. On montre :

$$\boxed{\vec{F} = \vec{0}}$$

On peut également montrer que les forces élémentaires qui s'exercent sur deux éléments infinitésimaux de spires symétriques par rapport à son centre sont égales en norme mais opposées, leur résultante est nulle :

**Remarque**

L'intégrale sur une spire fermée de l'élément infinitésimal de longueur, $\oint d\vec{\ell}$, est nulle car l'élément est vectoriel. L'intégrale $\oint d\vec{\ell}$ n'est pas nulle est vaut $2\pi R$ si R est le rayon de la spire.

A retenir

Un dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique uniforme ne se déplace pas.

3.2 Moment subi par un dipôle plongé dans un champ

Comme pour le dipôle électrique, le dipôle magnétique ne subit le moment non nul :

A retenir

$$\overline{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

où \vec{M} est le moment magnétique de la spire.

Sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, un dipôle a tendance à s'orienter dans le sens du champ.

3.3 Énergie potentielle**A retenir**

Par analogie avec le dipôle électrique, on peut écrire :

$$E_P = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$

3.4 Force subie par le dipôle dans un champ non uniforme

A l'aide de la même analogie, on peut exprimer la force que subit un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur non uniforme :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} E_P = \overrightarrow{\text{grad}} (\vec{M} \cdot \vec{B})$$