## Nombres complexes

Construction de $\mathbb{C}$, écriture d'un complexe sous forme algébrique. Conjugaison, parties réelle et imaginaire, propriétés.

Module, propriétés, ensemble $\mathbb{U}$ des complexes de module 1.

Définition et propriétés de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, argument d'un nombre complexe non nul, forme exponentielle, cas du produit et de la somme, méthode de l'angle moitié, exemples.

Racines $n-$ièmes de l'unité, description des solutions de $z^n = a$ dans le cas général sous forme trigonométrique, puis sous forme algébrique dans le cas $n = 2$ ; résolution des équations du second degré à coefficients complexes.

Applications à la trigonométrie : expression de $\cos nx$ et $\sin nx$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$, linéarisation de $\cos^n(x)$ et $\sin^n(x)$, calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(x+k\alpha)$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \sin(x+k\alpha)$.

Interprétation géométrique : affixe d'un vecteur et d'un point du plan, mesure d'angle, condition de colinéarité et d'orthogonalité, cercle et disques, équations de cercles. Étude de $z \mapsto az+b$, similitudes directes.

Question de cours obligatoire à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Définition du module, énoncé des premières propriétés. Inégalités triangulaires, cas d'égalité pour la première.

Q2 : Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ pour $\theta \in \mathbb{R}$ et énoncé des propriétés. Définition de l'argument d'un complexe non nul, caractérisation à partir d'un argument. Forme exponentielle de $1 \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$.

Q3 : Résolution de $z^n = 1$, description des éléments de $\mathbb{U}_n$. Exemple de $\mathbb{U}_3$ et $\mathbb{U}_4$. Énoncé des propriétés sur j. Résolution de $z^6 + 1 = 0$.

Q4 : Expression de $\sin(3x)$ et $\sin(4x)$ ; linéarisation de $\cos^3(x)$ et $\cos^4(x)$.

Q5 : Calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(x+k\alpha)$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \sin(x+k\alpha)$.