

Relations sur un ensemble

Relations, vocabulaire. Relations d'équivalence, exemples, classes d'équivalence.

Relations d'ordre : définition, ordre total ou partiel. Exemples : inclusion, divisibilité dans $\mathbb{N}$, ordre canonique sur un ensemble d'applications, un produit cartésien, ordre lexicographique.

Applications monotones, exemples, composition.

Éléments remarquables d'un ensemble ordonné : majorant et minorant d'une partie dans un ensemble, maximum et minimum d'un ensemble, exemples.

Inégalités dans $\mathbb{R}$, x^+ et x^- , valeur absolue.

Structure ordonnée de $\mathbb{N}$ et propriétés fondamentales admises. Conséquences pour $\mathbb{Z}$. Raisonnement par récurrence (simple, double, forte), exemples.

Bijections (début)

Injection, surjection, bijection, exemples, propriétés liés à la restriction et à la composition, liens avec la monotonie.

Définition de la bijection réciproque, applications (fonctions involutives, réciproque de $g \circ f$), exemples ; équations, cas où l'application associée est bijective.

Question de cours obligatoire à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Définition d'une relation d'équivalence, d'une classe d'équivalence. Théorème sur les classes d'équivalence. Partition.

Q2 : Définition d'une relation d'ordre. Définition d'un max. Énoncé des propriétés fondamentales de $\mathbb{N}$. Théorème de récurrence (simple).

Q3 : Définition de l'injectivité, de la surjectivité, de la bijectivité. Exemple d'une fonction homographique bijective. Prolongement, restriction.

Q4 : Soit $f : E \longrightarrow F$ et $g : F \longrightarrow G$. Si f et g sont injectives (*resp.* surjectives, bijectives), alors $g \circ f$ l'est aussi. Tentative de réciproque (la propriété suivante !).

Q5 : Caractérisation de la bijectivité et définition de la bijection réciproque. Cas des applications involutives.

Les notions d'image directe et d'image réciproque seront au programme de la semaine suivante.