Espaces vectoriels

Structure et exemples : définitions, exemples, calculs dans un $K-$espace vectoriel, notion de sous-espace vectoriel, caractérisation, nombreux exemples, lien avec l'intersection et la réunion.

Combinaisons linéaires : définition dans les cas fini et quelconque, sous-espace vectoriel engendré par une partie non vide d'un $K-$espace vectoriel, propriétés, description à l'aide des combinaisons linéaires, exemples.

Familles particulières d'un $K-$espace vectoriel (finies ou quelconques) : familles génératrices, liées, libres, propriétés, exemples ; bases, coordonnées d'un vecteur ; exemples, notamment base canonique de K^n et $\mathcal{M}_{mn}(K)$. Théorème des degrés étagés pour les bases de $K_n[X]$, puis de $K[X]$.

Somme de deux sous-espaces vectoriels d'un $K-$espace vectoriel E : définition, lien avec la réunion, somme directe, caractérisation, sous-espaces vectoriels supplémentaires, exemples.

Question de cours à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Intersection de sous-espaces vectoriels, cas de la réunion. Théorème définition du sous-espace vectoriel engendré par une partie. Propriétés.

Q2 : Description du sous-espace vectoriel engendré par une partie. Deux exemples (dans $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ et $\mathbb{R}^3$).

Q3 : Définition d'une famille génératrice, propriétés. Définition d'une famille libre, énoncé des propriétés des familles liées et des familles libres. Définition d'une base, coordonnées d'un vecteur dans une base.

Q4 : Théorème des degrés étagés (cas fini).

Q5 : Somme de deux sous-espaces vectoriels, énoncé du lien avec la réunion, définition d'une somme directe, condition nécessaire et suffisante pour que la somme soit directe. Définition de la notion de sous-espaces supplémentaires, caractérisation. Exemple dans $\mathbb{R}^3$.