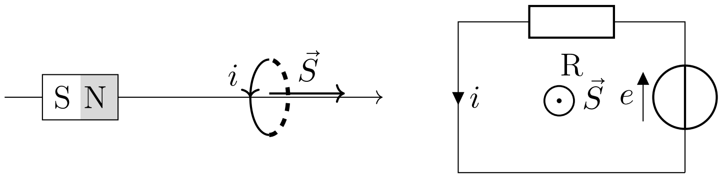
TD 30 - Lois de l'induction

☆ application directe du cours — ☆☆ entraînement — ☆☆☆ perfectionnement — ♥ incontournable

Questions de cours

1. Donner l'expression du flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.
2. Donner l'expression de la loi de Faraday et l'expliquer.
3. Déterminer le signe de i lorsqu'on approche l'aimant et lorsqu'on l'éloigne du circuit.



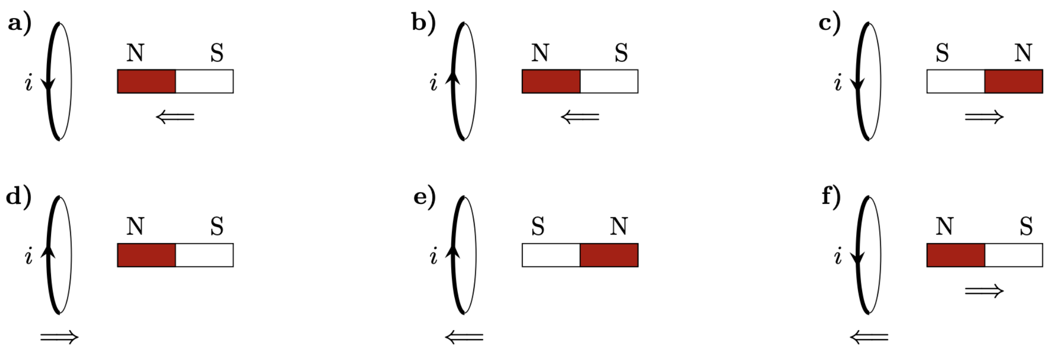
4. Interpréter l'expérience précédente à l'aide de la loi de Lenz.

Ex. 1 Exercices d'application sur le cahier d'entraînement ★ ♥

- Exercice 17.1: Flux à travers un solénoïde
- Exercices 17.2 & 17.4: Flux à travers des surfaces et des solides.
- Exercice 17.6: Induction et spires imbriquées.
- Exercice 17.9: Calcul de fém

Ex. 2 Signe du courant induit ★ ♥

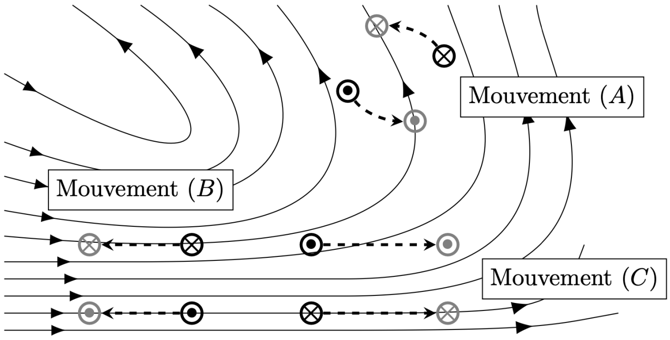
Dans chacun des circuits ci-dessous, la spire circulaire et/ou l'aimant sont déplacés dans le sens indiqué par la double flèche. Le courant apparaissant dans la spire pendant le déplacement est noté i.



1. Pour chacune des situations schématisées ci-dessus, dire si on a $i > 0$ ou si on a $i < 0$.

Des spires circulaires, orientées, perpendiculaires au plan de la figure, nommées (A), (B) et (C) sont placées dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique (voir figure ci-dessous). Pour chacune d'elles, on veut prévoir par des considérations physiques le signe du courant i lorsque les spires sont déplacées (les déplacements sont indiqués par les flèches pointillées).

2. Pour chaque mouvement considéré, établir si le flux diminue, si le flux augmente ou si le flux ne varie pas.
3. Pour chaque mouvement considéré, en déduire si $i > 0$, si $i < 0$ ou si $i = 0$.

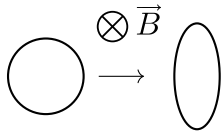


✅

1. (a) Rappelons que pour un aimant droit, le champ sort par le Nord : les lignes de champ sont orientées du Nord vers le Sud. La première étape consiste à déterminer le sens de variation du champ magnétique vu par la spire au cours du déplacement. On déduit alors de la loi de Lenz le sens du champ magnétique induit $\vec{B}_{ind}$, qui tend à atténuer les variations de $\vec{B}$. On détermine ensuite par la règle de la main droite le sens réel du courant dans la spire. Enfin, par comparaison entre le sens réel du courant et le sens $i > 0$ indiqué sur la figure on en déduit le signe de i. Le champ magnétique créé par l'aimant droit est orienté vers la gauche au niveau la spire. Il augmente dans la spire avec le déplacement de l'aimant. Le champ induit va s'opposer à cette augmentation : il sera orienté vers la droite. Le courant $i_a > 0$.
   (b) La physique est identique à la situation précédente, seule change la convention sur le sens positif du courant : on déduit immédiatement $i_b < 0$.
   (c) Le champ magnétique est orienté vers la droite au niveau de la spire. Il diminue avec le déplacement de l'aimant. Le champ induit va s'opposer à cette variation : il sera orienté vers la droite également. Le courant $i_c > 0$.
   (d) Les variations de champ vues par la spire sont les mêmes qu'à la question 1.a), le sens réel du courant induit est donc le même. Comme le sens choisi positif du courant est opposé, alors $i_d < 0$.
   (e) Les variations de champ vues par la spire sont les mêmes qu'à la question 1.c), le sens réel du courant induit est donc le même. Comme le sens choisi positif du courant est opposé, alors $i_e < 0$.
   (f) Le déplacement de la spire renforce l'effet du déplacement de l'aimant. Cette fois, le champ vu par la spire diminue au cours du mouvement, le champ induit a donc tendance à le renforcer. On a donc $i_f < 0$.
2. (a) La spire est initialement orthogonale aux lignes de champ et la surface est orientée dans le sens des lignes de champ : le flux est maximal. Dans la configuration finale, le flux du champ magnétique dans la spire est nul. Le flux diminue donc.
   (b) La spire est initialement orthogonale aux lignes de champ et la surface est orientée dans le sens opposé au champ magnétique : le flux est minimal. La configuration finale est identique à la configuration initiale : le flux est le même.
   (c) La spire est initialement orthogonale aux lignes de champ et la surface est orientée dans le sens des lignes de champ : le flux est maximal. La configuration finale est similaire à la configuration initiale mais le flux est moins grand car le nombre de lignes de champ interceptées est inférieur. Le flux diminue donc.
3. (a) Le courant circulant dans la spire va produire un champ magnétique tel qu'il s'oppose à la diminution du flux : le courant sera donc positif. On a $i_{(A)} > 0$.
   (b) Il n'y a pas de variation de flux, donc pas d'induction : on a $i_{(B)} = 0$.
   (c) Le courant circulant dans la spire va produire un champ magnétique afin de compenser la diminution du flux : le courant sera donc positif. On a $i_{(C)} > 0$

Ex. 3 Questions qualitatives ★ ♥

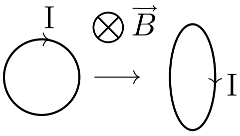
1. On retourne un aimant placé devant une spire, sans changer la distance entre la spire et l'aimant. Observe-t-on un courant induit ?
2. On déforme une spire plongée dans un champ magnétique (voir la figure ci-contre). Y-a-t-il du courant dans la spire lorsqu'on est en train de l'écraser ? Dans quel sens ? Et une fois qu'on a fini d'écraser la spire ?



✅

1. Le flux a changé de signe, donc à un moment sa dérivée a été non nulle, et avec la force électromotrice. On a donc observé un courant induit.
2. La surface de la spire diminue (à périmètre égal, le cercle est le contour fermé qui englobe la plus grande surface, c'est vrai en dimension N) et B est constant, donc le flux diminue en valeur absolue.

   Pour trouver le sens du courant on commence par orienter la spire :

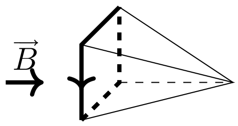
   Avec cette convention le flux $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ est positif. Si la surface diminue le flux diminue donc sa dérivé est négative la force électromotrice est positive.

   Le courant induit circule dans le sens de la force électromotrice, donc I est positif.

   Quand on a fini de l'écraser le flux est a nouveau constant une fois que le transitoire lié à la déformation est terminé.

Ex. 4 Flux du champ magnétique à travers une spire carrée ★

On considère une spire carrée orientée plongée dans un champ magnétique uniforme. (figure ci-contre).



Montrer que le flux ϕ_1 du champ magnétique à travers le carré s'appuyant sur la spire est égal au flux ϕ_2 du champ magnétique à travers une pyramide à base carrée de hauteur quelconque s'appuyant sur la spire.

Cette propriété est très générale : on peut montrer que le flux du champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté donné dépend uniquement du contour et non pas de la forme exacte de la surface.

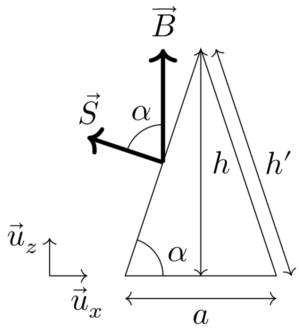
✅

On a $\boxed{\phi_1 = a^2 B}$.

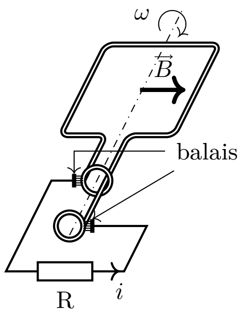
Notons h la hauteur de la pyramide. Le flux du champ magnétique à travers l'une des faces de la pyramide vaut $\phi_f = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\alpha$, avec S la surface de la face et α l'angle entre la normale à la surface et le champ magnétique.

On a $\cos\alpha = \dfrac{a}{2h'}$ avec h' la hauteur d'une face. S'autre part, $S = \dfrac{ah'}{2}$. Finalement : $\phi_f = \dfrac{a^2}{4}B$.

On en déduit $\boxed{\phi_2 = 4\phi_f = a^2 B = \phi_1}$



Ex. 5 Principe de fonctionnement d'un alternateur ★★ ♥



Le schéma ci-contre donne le principe de fonctionnement d'un alternateur. Une boucle conductrice de surface S est en rotation à la vitesse angulaire ω dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Un système de bagues en contact avec des balais permet de relier la boucle à un circuit extérieur qui n'est pas plongé dans un champ magnétique.

Le système est représenté à l'instant $t = 0$.

1. Déterminer l'expression du flux ϕ du champ magnétique à travers la boucle en fonction du temps t, de B et S et tracer son allure en fonction du temps.
2. En déduire l'allure de la force électromotrice induite $e(t)$ dans la circuit, puis celle de l'intensité $i(t)$ circulant dans la résistance R.
3. Quelle est la valeur maximale de la force électromotrice pour $B = 1\,\mathrm{T}$, $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 50\,\mathrm{Hz}$ et $S = 0{,}1\,\mathrm{m}^2$. Commenter.

Dans un alternateur réel, on fait plutôt tourner un électro-aimant dans une armature sur laquelle sont enroulées de nombreuses boucles conductrices, ce qui permet d'atteindre des tensions beaucoup plus élevées.

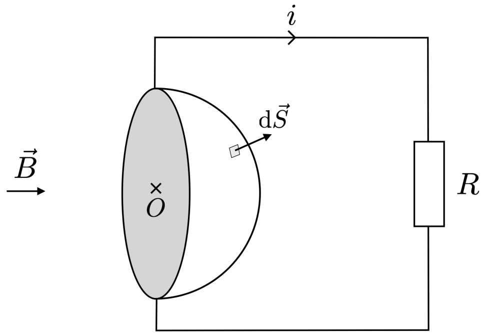
✅

1. On cherche le flux $\phi = \vec{B}\cdot\vec{S}$.
   L'angle entre $\vec{B}$ et $\vec{S}$ est $\dfrac{\pi}{2} - \omega t$. (il vaut $\dfrac{\pi}{2}$ à $t = 0$ et il est décroissant). En cas de doute faire la figure de projection.
   On a donc $\boxed{\phi = BS\sin(\omega t)}$, qui est bien nul à $t = 0$ et maximal à $\omega t = \frac{\pi}{2}$.
2. D'après la loi de Faraday on a
   $$e = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -BS\omega\cos(\omega t)$$
   Puis la loi d'Ohm appliquée à la résistance R donne :
   $$i = \frac{e}{R} = -\frac{BS\omega}{R}\cos(\omega t)$$
3. On a $e_{\max} = BS\omega = 31\,\mathrm{V}$

   C'est bien trop peu pour justifier l'emploi d'un alternateur de cette taille avec une telle vitesse de rotation.

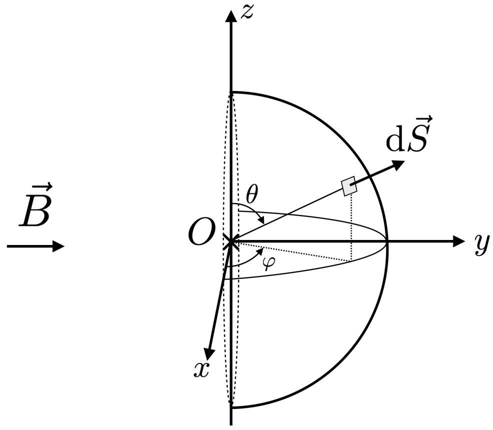
Ex. 6 Flux à travers une demi-sphère ★★ ♥

On considère une hémisphère de rayon r, conductrice, plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme selon $\vec{u}_y$ mais dépendant du temps $B(t) = B_0 \cos(\omega t)$. Cette demi-sphère est reliée à un circuit électrique contenant une résistance R alors parcourue par un courant i. On néglige le champ magnétique créé par le courant i et on considère seulement le flux de $\vec{B}$ à travers l'hémisphère comme source de tension.



1. Montrer que le flux de $\vec{B}$ à travers l'hémisphère est le même que son flux à travers la surface circulaire grisée de centre O.
2. Déterminer i en fonction de R, r, B_0 et ω.

✅



1. Le flux $\mathrm{d}\phi$ de $\vec{B}$ à travers une surface élémentaire $\mathrm{d}S$ de la demi-sphère est donné par

$$\mathrm{d}\phi = \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = B\,\vec{u}_y \cdot r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi \vec{u}_r = Br^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi \sin\varphi \cos(\pi/2 - \theta) = Br^2 (\sin\theta)^2 \mathrm{d}\theta \sin\varphi \mathrm{d}\varphi$$

car le vecteur $\vec{u}_r$ vaut dans la base cartésienne $\vec{u}_r = \sin\theta\cos\varphi\vec{u}_x + \sin\theta\sin\varphi\vec{u}_y + \cos\theta\vec{u}_z$
On intègre sur toute la surface:

$$\begin{aligned}
\phi &= \int \mathrm{d}\phi = \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} Br^2 (\sin\theta)^2 \mathrm{d}\theta \sin\varphi \mathrm{d}\varphi \\
&= Br^2 \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\varphi \mathrm{d}\varphi \times \int_{\theta=0}^{\pi} (\sin\theta)^2 \mathrm{d}\theta = Br^2 \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin\varphi \mathrm{d}\varphi \times \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{1}{2} (1 - \cos(2\theta))\, \mathrm{d}\theta \\
&= \frac{1}{2} B\,r^2 \left[-\cos\varphi\right]_0^{\pi} \left[\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta\right]_0^{\pi} = \frac{1}{2} B\,r^2 \times 2 \times \pi = B \times \pi r^2
\end{aligned}$$

πr^2 est la surface du cercle de centre O sur lequel s'appuie la demi-sphère, le flux ainsi calculé correspond bien à celui si on avait comme surface un simple cercle.

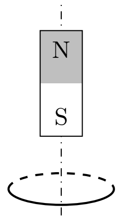
2. Calculons la force électromotrice créée par induction:

$$e = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\pi r^2 B_0 \cos(\omega t)}{\mathrm{d}t} = \pi r^2 B_0 \omega \sin(\omega t)$$

C'est comme si on avait un circuit électrique avec un générateur avec cette fém. Le courant vaut donc

$$i = \frac{e}{R} = \frac{\pi r^2 B_0 \omega}{R} \sin(\omega t)$$

Ex. 7 Aimant dans un tuyau du cuivre ★ ★ ♥

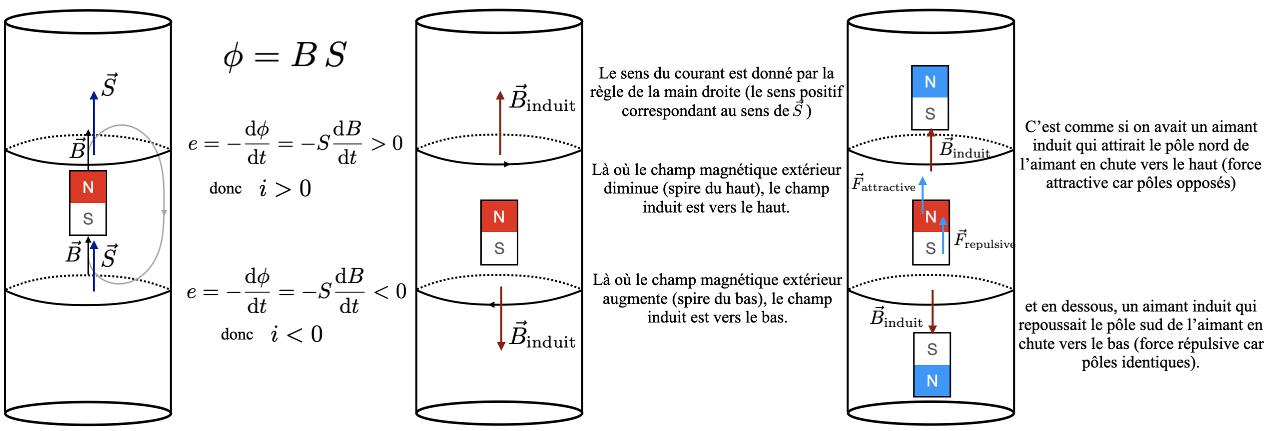


Un petit barreau aimanté, guidé sans frottements verticalement, tombe en chute libre vers une spire de cuivre fixe ayant le même axe qui lui (voir ci-contre).

1. Détailler les phénomènes d'induction et leurs conséquences sur la chute de l'aimant.
2. On introduit le même aimant dans un tuyau de cuivre vertical d'un mètre de longueur et on l'abandonne sans vitesse initiale. On constate qu'il met une dizaine de secondes pour parvenir en bas du tuyau. Interpréter.

✅

1. Le champ magnétique va augmenter en se rapprochant de la spire, le flux de champ magnétique $\phi = BS$ va donc varier et une tension $e = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ va apparaître aux bornes de la spire, ce qui va induire un courant. Ce courant va créer un champ magnétique qui va s'opposer à la chute, d'après la loi de Lenz, et donc l'augmentation du champ magnétique qui l'accompagne. L'aimant va donc être ralenti dans sa chute.
2. On peut voir le tuyau continu comme un multitude de spires accolées. Il va s'induire alors des courants de Foucault qui vont créer des champs magnétiques qui vont s'opposer à la chute. Une spire en dessous de l'aimant va créer un champ qui repousse l'aimant vers le haut pour s'opposer à l'augmentation du champ. Une spire au dessus de l'aimant va créer un champ qui tire l'aimant vers le haut pour s'opposer à la diminution du champ. Les deux champs créés s'opposent à la chute de l'aimant.



Ex. 8 Influence du champ magnétique terrestre sur un téléphone portable ★ ★ ★

Estimer l'ordre de grandeur de la force électromotrice pouvant apparaître dans le circuit d'un téléphone portable lorsqu'on le déplace dans le champ magnétique terrestre. Commenter.

✅

On suppose qu'on place le téléphone dans le plan normal au champ magnétique terrestre et qu'on le retourne en un dixième de seconde.

La variation de flux est $\Delta\phi = -2BS$.

La force électromotrice générée est donc, d'après la loi de Faraday : $e = -\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = \dfrac{2BS}{\Delta t}$

Avec $B \simeq 50\,\mathrm{mT}$ et $S \simeq 50\,\mathrm{cm}^2$ on a $\boxed{e \simeq 5 \times 10^{-3}\,\mathrm{V}}$
La tension d'alimentation des composants électrique est plutôt de l'ordre de 5 V, sauf manip-

ulation extrême le champ magnétique terrestre n'a pas d'effet significatif sur le téléphone.