

Déterminants

Applications multilinéaires : généralités, formes n -linéaires symétriques, antisymétriques, alternées, propriétés ; formes n -linéaires alternées sur E de dimension n .

Déterminants : déterminant de n vecteurs dans une base, déterminant d'un endomorphisme de E K -espace vectoriel de dimension finie, déterminant d'une matrice carrée. Orientation d'un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension finie. Propriétés : composition et produit, inverse, transposition, liens entre les trois notions de déterminants.

Méthodes de calcul et applications : opérations élémentaires, matrice triangulaire par blocs, développement par rapport à une ligne ou une colonne, exemples, détermination de l'inverse d'une matrice inversible.

Exemples importants, dont déterminants de Vandermonde et d'une matrice compagnon.

Retour sur les systèmes linéaires : interprétations géométrique, vectorielle, matricielle. Systèmes de Cramer, formules de Cramer. Exemples, dont système avec un paramètre.

Question de cours à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Une forme p -linéaire sur E K -espace vectoriel est alternée si et seulement si elle est antisymétrique (en caractéristique différente de 2). Si f est alternée et $(x_1, \dots, x_p)$ est liée, alors $f(x_1, \dots, x_p) = 0$.

Q2 : Définition du déterminant de n vecteurs dans une base, formule de Chasles, caractérisation des bases.

Q3 : Définition du déterminant d'un endomorphisme (sans démonstration), propriétés. Déterminant de Vandermonde.

Q4 : Déterminant de la transposée d'une matrice. Lien entre une matrice et sa matrice complémentaire, cas d'une matrice inversible. Exemple d'une matrice de taille 2.

Pour les colleurs : c'est la dernière colle de l'année. Merci à tous pour votre collaboration.