

Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

Divisibilité dans $\mathbb{Z}$, diviseurs et multiples d'un entier, propriétés. Entiers associés. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$.

PGCD de deux entiers, algorithme d'Euclide, exemples, caractérisation, propriétés. Relation de Bézout, obtention en remontant l'algorithme d'Euclide. PPCM, caractérisation, propriétés.

Entiers premiers entre eux, théorèmes de Bézout et Gauss, résolution des équations de la forme $ax + by = c$ dans $\mathbb{Z}^2$, exemples, relation entre pgcd et ppcm, représentation irréductible d'un rationnel. PGCD d'un nombre fini d'entiers.

Nombres premiers : définition, propriétés, décomposition en produit de facteurs premiers, application au calcul du pgcd et du ppcm. Petit théorème de Fermat.

Question de cours à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$.

Q2 : Lemme de Gauss. Représentant irréductible d'un rationnel.

Q3 : Relation entre PGCD et PPCM (avec le résultat précédent).

Q4 : Propriétés des nombres premiers ; existence d'un diviseur premier.

Q5 : L'ensemble des nombres premiers est infini. Petit théorème de Fermat (avec le résultat précédent).