

Limites et continuité

Révision du programme précédent.

Propriétés globales des fonctions continues : théorème des valeurs intermédiaires (image d'un intervalle par une application continue), théorème des bornes atteintes (image d'un segment par une application continue).

Cas des fonctions strictement monotones, intervalle image, théorème des bijections et continuité de la réciproque.

Continuité uniforme, exemples, fonctions lipschitziennes, propriétés, lien avec la continuité, théorème de Heine. Exemple de la fonction racine carrée.

Limite et continuité pour une fonction à valeurs complexes.

Comparaison de fonctions : relations de prépondérance, de domination, pour des fonctions étant non nulle au voisinage de a sauf peut-être en a , propriétés liées à la somme et au produit, exemples ; équivalence des fonctions ; propriétés, équivalents usuels, exemples, étude de formes indéterminées.

Structures algébriques

Lois de composition interne : définitions, vocabulaire, unicité de l'élément neutre en cas d'existence ; éléments symétrisables, propriétés, exemples.

Partie stable pour une loi, loi induite sur une partie stable, passage ou non des propriétés d'une loi sur un ensemble à un sous-ensemble stable.

Groupes : définition, exemples, propriétés.

Question de cours à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Théorème des valeurs intermédiaires.

Q2 : Image d'un segment par une application continue. Interprétation pratique.

Q3 : Définition d'une application uniformément continue, d'une application lipschitzienne. Liens entre ces notions, puis avec la continuité. Théorème de Heine. Exemple de la racine carrée.

Q4 : Unicité de l'élément neutre. Si la loi est associative, unicité du symétrique d'un élément symétrisable. Symétrique du composé de deux éléments symétrisables. Dans un groupe, tout élément est régulier.

Très bonnes fêtes de fin d'année à tous !