

Structures algébriques

Révision du programme précédent.

Sous-groupes, caractérisation, exemples, stabilité de la notion de sous-groupe par passage à l'intersection ; cas de la réunion. Puissances d'un élément, lien avec les sous-groupes. Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$.

Morphismes de groupes, isomorphismes, endomorphismes, automorphismes. Liens avec la notion de sous-groupe. Image, noyau, lien avec l'injectivité, exemples.

Anneaux : définition, exemples, calculs dans un anneau, binôme de Newton, sous-anneaux, morphisme d'anneaux. Anneaux intègres, groupe multiplicatif des éléments inversibles d'un anneau.

Corps : définition, sous-corps, structure d'anneau intègre, propriétés ; corps des fractions d'un anneau intègre.

Dérivabilité

Généralités : notion de dérivée (à droite, à gauche) en un point, lien avec la continuité, exemples, tangente en un point, demi-tangente verticale, interprétation graphique.

Théorèmes d'opérations : somme, produit, composition, quotient, réciproque.

Dérivée sur un intervalle : dérivabilité, théorèmes d'opérations, dérivées successives éventuelles, fonctions de classe \mathcal{C}^p pour $p \in \mathbb{N}$ et de classe \mathcal{C}^∞ , propriétés. Théorèmes d'opérations sur les fonctions de classe \mathcal{C}^p , formule de Leibniz, exemples.

Question de cours obligatoire à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Stabilité de la notion de sous-groupe par passage à l'intersection. Cas de la réunion. Définition de $x_1 * \dots * x_n$ et de la puissance d'un élément, lien avec les sous-groupes.

Q2 : Sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$.

Q3 : Définition d'un morphisme de groupes. Images directe et réciproque d'un sous-groupe. Définition du noyau, lien avec l'injectivité.

Q4 : Définition d'un anneau intègre, tout élément non nul est régulier pour la multiplication. Groupe multiplicatif des éléments inversibles d'un anneau. Définition d'un corps. Tout corps est un anneau intègre.

Q5 : Une fonction dérivable en un point est continue en ce point. Dérivation d'une composée en un point.