

Espaces vectoriels

Révision du programme précédent.

Applications linéaires : définition, endomorphisme, isomorphisme, automorphisme, exemples, forme linéaire, dual d'un K -espace vectoriel, propriétés.

Image et noyau d'une application linéaire, propriétés, équations linéaires, allure de l'ensemble des solutions ; structure d'espace vectoriel de $(\mathcal{L}(E, F), +, \cdot)$, structure d'anneau de $(\mathcal{L}(E), +, \times)$ et groupe $(\text{GL}(E), \circ)$ de ses éléments inversibles.

Image de familles particulières : une application linéaire est entièrement déterminée par son action d'ailleurs arbitraire sur une base, image d'une base par une application linéaire injective, surjective, bijective, exemples.

Projections, propriétés, projecteurs, lien entre les deux notions. Symétries et affinités.

Construction d'une application linéaire par la donnée de son action linéaire sur deux sous-espaces vectoriels supplémentaires.

Géométrie affine : points d'un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel, identification grâce au choix d'une origine. Translations. Sous-espaces affines : définition, direction, parallélisme, intersection. Repère cartésien, coordonnées d'un point dans un repère.

Question de cours à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Images directe et réciproque d'un sous-espace vectoriel par une application linéaire. Noyau et image : définition, caractérisation du noyau. Lien avec la surjectivité et l'injectivité.

Q2 : Noyau et image : cas du produit par un scalaire, d'une restriction. Condition pour que la composée de deux applications linéaires soit nulle. Construction d'une application linéaire par l'image d'une base.

Q3 : Image de familles particulières. Exemple sur $\varphi^3 = \text{Id}$. Remarque sur l'image d'une famille liée et sur $\text{Im } f$.

Q4 : Définition d'une projection, énoncé des propriétés. Définition d'un projecteur. Un projecteur est une projection.

Q5 : Construction d'une application linéaire par la donnée de son action linéaire sur deux sous-espaces vectoriels supplémentaires.