

Arithmétique des polynômes

PGCD de deux polynômes, construction grâce à l'algorithme d'Euclide, caractérisation, propriétés, exemples, PPCM.

Polynômes premiers entre eux, théorèmes de Bezout et Gauss, exemples. Retour sur la décomposition en produit de facteurs irréductibles unitaires, applications à l'arithmétique. PGCD d'un nombre fini de polynômes. Forme irréductible d'une fraction rationnelle.

Décomposition en éléments simples des fractions rationnelles

Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$ et $\mathbb{R}(X)$: existence et unicité de la partie entière, théorèmes de décomposition en éléments simples dans $\mathbb{C}(X)$ et $\mathbb{R}(X)$. *Dans la pratique, on décompose dans $\mathbb{C}$ et on regroupe éventuellement les termes conjugués.*

Calcul de la partie entière, calcul de la partie polaire dans le cas d'un pôle simple, du coefficient d'indice le plus élevé dans le cas d'un pôle multiple.

Méthode des coefficients indéterminés s'il reste moins de trois coefficients, exemples ; exploitation des symétries : parité, imparité, conjugaison, exemples ; dans les autres cas, calcul par développement limité en 0 à l'ordre $m - 1$ de $y \mapsto \frac{A(a+y)}{B_a(a+y)}$, exemples.

Pas de question de cours cette semaine

Pour les colleurs : le but de la colle est avant tout de vérifier que les méthodes pratiques de décomposition en éléments simples sont acquises. C'est calculatoire, certes, mais ils doivent savoir le faire...