Espaces vectoriels de dimension finie

Révision du programme précédent.

Dimension d'un produit et d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels de dimension finie, généralisation, existence d'un supplémentaire, formule de Grassmann, application aux supplémentaires.

Applications linéaires en dimension finie : rang d'un système de vecteurs, propriétés, rang d'une application linéaire, caractérisation des isomorphismes en dimension finie, théorème du rang, exemples.

Notion d'hyperplan, définition, caractérisation à l'aide des supplémentaires, du noyau d'une forme linéaire non nulle, cas de la dimension finie, équation d'un hyperplan. Cas d'un hyperplan affine.

Étude générale des suites récurrentes affines d'ordre 2, i.e. vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n + c$ pour tout n, où $(a, b, c) \in K{\times}K^*{\times}K$, dans les cas $K = \mathbb{C}$ et $K = \mathbb{R}$. Exemples.

Question de cours à choisir parmi :

Q1 : Dimension d'un produit cartésien de $K-$espaces vectoriels de dimension finie.

Q2 : Dimension d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels de dimension finie d'un $K-$espace vectoriel E. Existence et dimension d'un supplémentaire d'un sous-espace vectoriel F d'un $K-$espace vectoriel de dimension finie E.

Q3 : Formule de Grassmann et application aux supplémentaires.

Q4 : Rang d'une application linéaire, énoncé des propriétés, énoncé de la caractérisation des isomorphismes, théorème du rang.

Q5 : Définition d'un hyperplan. Caractérisation des hyperplans à l'aide de leurs supplémentaires et à l'aide des formes linéaires non nulles. Énoncé de la dimension dans le cas de la dimension finie et de l'allure d'une équation cartésienne.