Structure ordonnée de $\mathbb{R}$

Borne supérieure, borne inférieure, propriétés, $\mathbb{R}$ vérifie la propriété de la borne supérieure, caractérisation de la borne supérieure.

Caractère archimédien de $\mathbb{R}$. Pour $a > 0$ donné, décomposition unique d'un réel x sous la forme $x = na + y$, avec $n \in \mathbb{Z}$ et $0 \leqslant y < a$. Notion de partie entière. Exemples.

Droite numérique achevée.

Intervalles, parties convexes de $\mathbb{R}$.

Densité de $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$. (La caractérisation séquentielle sera vue plus tard.)

Question de cours obligatoire à choisir parmi les suivantes :

Q1 : Énoncé de la propriété de la borne supérieure. Liens entre borne supérieure et plus grand élément d'une partie. Lien entre borne supérieure et inclusion.

Q2 : Caractère archimédien de $\mathbb{R}$. Pour $a > 0$ donné, énoncé de la décomposition d'un réel x sous la forme $x = na + y$. Définition et caractérisation de la partie entière. Formule concernant $E(x + k)$ pour $k \in \mathbb{Z}$.

Q3 : Pour $a > 0$ donné, démonstration de la décomposition d'un réel x sous la forme $x = na + y$.

Q4 : Caractérisation du sup. Exemple avec $\{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^*\}$. Densité de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$. Densité de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.