Lycée Kerichen
MPSI 2
2013-2014

Partie Mécanique

TD 1 Cinématique du point

Exercice 1: Ça tourne toujours?

Les coordonnées cartésiennes d'un point sont données, en fonction du temps, par les expressions : $x = a.\cos\theta$, $y = a.\sin\theta$ avec $\theta(t) = \omega t$ où a et ω sont des constantes.

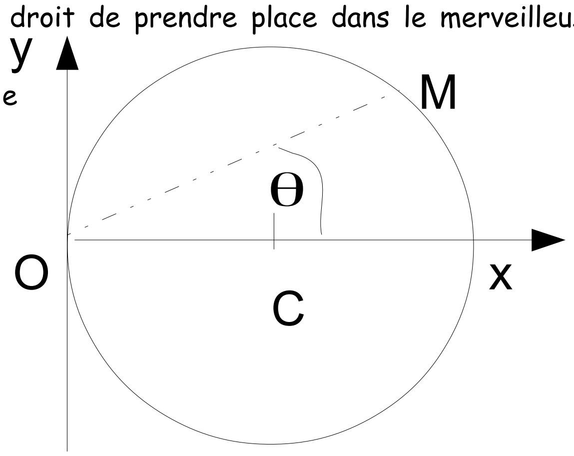
1. Déterminez les expressions des vecteurs vitesse et accélération
2. Déterminez l'équation de la trajectoire sous la forme d'une relation entre y et x. Quelle est la nature géométrique de cette trajectoire?

Exercice 2: Le manège enchanté ou choix d'une base de projection adaptée au problème:

Cela faisait des mois qu'il en rêvait, et voilà, c'est arrivé « Place de la Liberté »! Simon, trois ans et demi, a réussi à convaincre ses parents : il a le droit de prendre place dans le merveilleux manège !

La voiture que Simon a choisie se déplace sur un cercle de rayon R avec une vitesse uniforme.

1. Justifiez que l'on peut assimiler Simon et sa voiture à un unique point M.
2. Démontrez que l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{CM})$ vaut 2θ.
3. Déterminez
   a) l'équation de la trajectoire
   b) les vecteurs vitesse et accélération ainsi que leur module en fonction de R et θ.

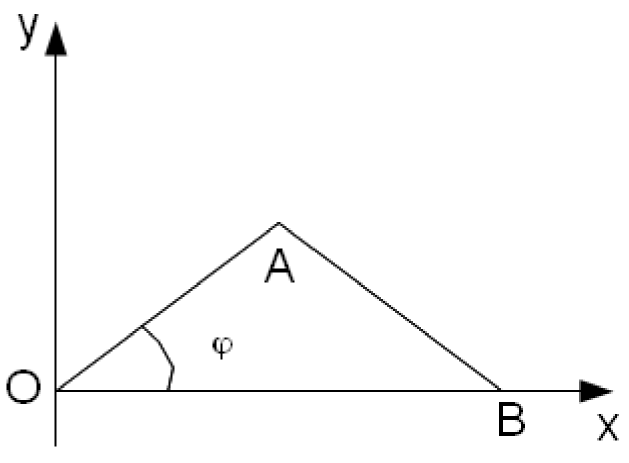


Exercice 3: Barres articulées à la fête foraine:

Le schéma se situe sous le texte.

Une nacelle pouvant accueillir 30 personnes est fixée en M, milieu de la barre AB de longueur l.
Les deux barres identiques OA et AB de longueur l sont articulées en A. Le système reste dans le même plan xOy. B glisse le long de l'axe Ox et l'angle $\varphi = \omega t$ avec ω constant.

1. Exprimez les coordonnées de M, milieu de AB en fonction de l, ω et t.
2. Déterminez l'équation cartésienne de la trajectoire de M.
3. Déterminez la vitesse et l'accélération de M. Exprimez le vecteur accélération de M en fonction de son vecteur position $\overrightarrow{OM}$.



Exercice 4: Quand on partait sur les chemins, quand on partait de bon matin...

Une roue de vélo de rayon R et de centre C roule sans glisser sur un axe Ox. On repère la valve de la roue par le point M qui coïncide avec l'origine O du repère lié au sol à t = 0 . Le référentiel est lié à la route.

Le mouvement de la roue est paramétré par l'angle θ (t) dont a tourné la valve à partir de sa position initiale.

1. Faites un schéma de la situation en y reportant les données de l'énoncé.
2. Justifiez que l'abscisse x_C du centre de la roue est liée à θ par $x_C = R.\theta$
3. Quelles sont, en fonction de R et θ , les coordonnées cartésiennes du point M? Calculez en fonction de R et θ et de ses dérivées, les composantes de la vitesse et de l'accélération de M.
4. La trajectoire de M est appelée cycloïde. Dessinez son allure.
   On étudie maintenant le mouvement de la valve dans un référentiel lié au cadre du vélo.
5. Exprimez la position, la vitesse et l'accélération de M dans une base de vecteurs judicieusement choisie.

<u>Quelques résultats:</u>

Exercice 1: 1) $\vec{v} = -a\,\omega \sin\theta\,\vec{e_x} + a\,\omega\cos\theta\,\vec{e_y}\; et\; \vec{a} = -\omega^2\,\overrightarrow{OM}$

Exercice 2: 2) a) $x^2 + y^2 - 2Rx = 0$, b) $v = 2R\theta$, $a = 4R\theta^2$

Exercice 3:

2) $x^2/9 + y^2 = l^2 / 4$ trajectoire elliptique
3) $\vec{a} = -\omega^2\,\overrightarrow{OM}$

Exercice 4: 3) $\overrightarrow{OM} = R(\theta - \sin\theta)\vec{e_x} + R(1-\cos\theta)\vec{e_y}$