

Partie Mécanique
C4 Mouvement de particules chargées dans les
champs \vec{E} et \vec{B}

Synchrotron, synchrocyclotron, accélérateur de particules, chambres à bulles, oscilloscope et téléviseur à tube cathodique..... la liste des instruments utilisant (ou ayant utilisé) les propriétés d'accélération et de déviation des particules chargées est longue.

Dans ce chapitre, nous allons donc nous pencher sur le mouvement de particules chargées plongées dans un champ électromagnétique.

Avant de passer à la partie « physique », il est nécessaire de découvrir un outil indispensable : le produit vectoriel.

I-Le produit vectoriel:

1. Définition du produit vectoriel (pour la physique):

A partir de deux vecteurs \vec{U} et \vec{V} , on obtient un nouveau vecteur noté $\vec{U} \wedge \vec{V}$ tel que :

- $\vec{U} \wedge \vec{V}$ est perpendiculaire à \vec{U} et \vec{V}
- la norme de $\vec{U} \wedge \vec{V}$ vaut $\|\vec{U} \wedge \vec{V}\| = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\| \sin(\vec{U}, \vec{V})$ où $(\vec{U}, \vec{V}) \in [0, \pi]$ est l'angle géométrique entre \vec{U} et \vec{V}
- la base $(\vec{U}, \vec{V}, \vec{U} \wedge \vec{V})$ est **directe**

Remarques :

1. $\vec{U} \wedge \vec{V} = -\vec{V} \wedge \vec{U}$ (antisymétrique)
2. $\vec{U} \wedge \vec{U} = \vec{0}$
3. $\vec{U} \wedge \vec{V} = \vec{0}$ signifie

2. Calcul pratique d'un produit vectoriel:

- $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \dots$
- $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \dots$
- $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_x = \dots$
- $\vec{u}_y \wedge \vec{u}_x = \dots$
- Effectuez le produit vectoriel des vecteurs suivants $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ et $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

II- Force électromagnétique et champ électromagnétique :

1. Force électrique:

Deux charges ponctuelles immobiles q_1 située en M_1 et q_2 située en M_2 (distantes de r), sont soumises à une force proportionnelle au produit des charges et inversement proportionnelle au carré de la distance r les séparant.

$$\vec{F}_{(1-2)} = -\vec{F}_{(2-1)} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_{(1-2)}$$

où $\vec{u}_{(1-2)}$ est le vecteur unitaire dirigé dans le sens de M_1 à M_2

ϵ_0 est la permittivité du vide = $8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1} = 1/(36\pi \cdot 10^9) \text{ F.m}^{-1}$

Exemple :

Remarques :

1. Cette interaction est répulsive pour des charges et attractive dans le cas contraire.
2. La force électrostatique diverge pour de faibles valeurs de la distance r .

2. Champ électrique

La présence de charges dans l'espace modifie les propriétés de l'espace : il apparaît un « champ électrique », de nature vectorielle.

Au point M , à l'instant t , il est noté $\vec{E}(M, t)$.

Une charge q_0 située en M subit la force $\vec{F}(M, t) = q_0 \vec{E}(M, t)$

Unité :

Remarque : Dans ce chapitre, nous nous limiterons à l'étude de champ stationnaire, c'est-à-dire indépendant du temps et uniforme, c'est-à-dire indépendant de la position.

3. Force magnétique et champ magnétique:

Une particule de charge q_0 , animée d'une vitesse \vec{v} et plongée dans un champ \vec{B} subit une force : $\vec{F}_{mag} = q_0 \vec{v} \wedge \vec{B}$

4. Force de Lorentz:

a) Expression:

Une particule de charge q_0 , animée d'une vitesse \vec{v} et plongée dans un champ \vec{E} et \vec{B} subit une force électromagnétique appelée « Force de Lorentz »: $\vec{F}_{Lorentz} = q_0 (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

b) Puissance :

Le terme $\vec{v} \wedge \vec{B}$ est à \vec{v} : la puissance de la force magnétique est

Le champ magnétique ne communique pas d'énergie aux particules.

$P_{force\ de\ Lorentz} =$

On peut accélérer une particule chargée en plongeant une particule chargée de vitesse \vec{v} dans un champ \vec{E} de même sens que \vec{v} .

III-Utilisation pratique des champs électrostatiques :

1. Accélération de particules chargées:

Si la vitesse initiale des particules chargées est parallèle au champ (cas $\theta = 0$), la trajectoire est un segment de droite parallèle à \vec{E} . Seule la norme de la vitesse évolue, pas la direction.

On utilise ce genre de configuration pour accélérer les particules.

Le champ uniforme est créé par un condensateur plan entre les armatures duquel on impose une différence de potentiel $V_A - V_B$ grâce à un générateur.

Dans le référentiel du condensateur, la particule de charge q est soumise à la force de Coulomb (prépondérante devant le poids) qui dérive de l'énergie potentielle $E_p = q.V$

Utilisons le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer la vitesse des particules en sortie de l'accélérateur connaissant leur vitesse en entrée:

$$E_c(B) - E_c(A) = -[E_p(B) - E_p(A)]$$

$$\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = q (V_A - V_B) \quad V_A - V_B \text{ est appelée "tension accélératrice" et notée } U.$$

Remarques:

1. $\Delta E_c = q U$ est à l'origine d'une unité utilisée en physique des particules: l'électron-volt.
L'électron-volt (eV) correspond au gain d'énergie d'un électron accéléré sous une tension accélératrice de 1 volt.
 $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
2. Souvent la vitesse de départ v_A est négligeable devant la vitesse en sortie de l'accélérateur v_B $v_B = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$
3. Application numérique: Si la tension accélératrice avut $U = 100 \text{ V}$,
 $v \simeq \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 100}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \simeq 6,0 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ soit 2% de la vitesse de la lumière!!!

2. Déviation de particules chargées:

Si la vitesse des particules n'est pas parallèle au champ (exemple traité en cours), la trajectoire des particules est plane et parabolique. Un faisceau d'électron qui passe entre les deux plaques d'un condensateur chargé est donc dévié.

En faisant l'hypothèse que le champ est rigoureusement nul hors des plaques du condensateur et uniforme dans le condensateur, la trajectoire est : une droite avant l'entrée dans le condensateur, une parabole dans le condensateur et une droite en sortie.(cf exercice 1 du TD 5)

Ce comportement a longtemps été utilisé dans les téléviseurs et oscilloscopes à tube cathodique.

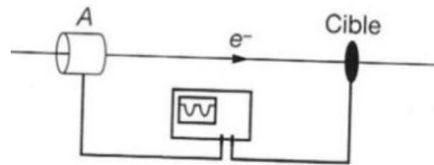
Un tube cathodique est une ampoule de verre épais dans laquelle on a réalisé un vide très poussé pour que les électrons n'entrent pas en collision avec les molécules de gaz.

- Un faisceau d'électrons est créé par le chauffage d'un filament (émission thermoélectronique).
- Ce faisceau est focalisé, puis accéléré par l'application d'une tension accélératrice et dévié par une paire de plaques.
- En réalité, la déviation est assurée par des bobines de Helmholtz
- Les électrons frappent ensuite les pixels et leur énergie cinétique est convertie en énergie lumineuse.

Activité documentaire
 C4 Mouvement de particules chargées plongées dans
 des champs
 Vers une nouvelle expression de l'énergie cinétique

I- Un désaccord avec la mécanique classique

En 1963, l'américain William Bertozzi a réalisé l'expérience pédagogique suivante.



Des paquets d'électrons ont été accélérés par une tension U puis envoyés dans un tube de 8,4 m de long avant de percuter une cible en aluminium. Une électrode A (cylindre creux) placée à l'entrée du tube ainsi que la cible C sont reliés à un oscilloscope par des fils de même longueur, ce qui permet de mesurer la durée du trajet, et donc la vitesse des électrons. Cinq expériences ont été réalisées avec cinq tensions accélératrices différentes. Des mesures calorimétriques concernant l'échauffement du disque d'aluminium ont montré que l'énergie des électrons était conforme à la valeur attendue à 10 % près, précision usuelle pour des mesures calorimétriques.

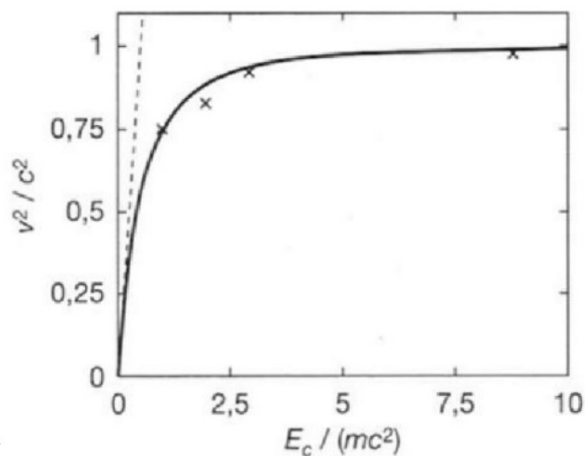
Les résultats des expériences sont indiqués ci-dessous (d'après W. Bertozzi, American Journal of Physics, 32(7), 551-555 (1964)) :

0,000	0,500	1,000	1,500	4,500	15,000
0,000	0,867	0,910	0,960	0,987	1,000

1. Pourquoi ces données infirment clairement les lois de la mécanique classique ?

II- Expression relativiste de l'énergie cinétique

Les résultats de l'expérience suggèrent une saturation de la vitesse à c , vitesse de la lumière dans le vide. Plus précisément, la figure suivante indique les variations de v^2/c^2 en fonction du rapport de l'énergie cinétique E_c , par mc^2 pour les points expérimentaux de Bertozzi (croix), pour l'expression newtonienne (ligne en pointillés) et en utilisant l'expression relativiste de l'énergie cinétique, avec m la masse de l'électron.

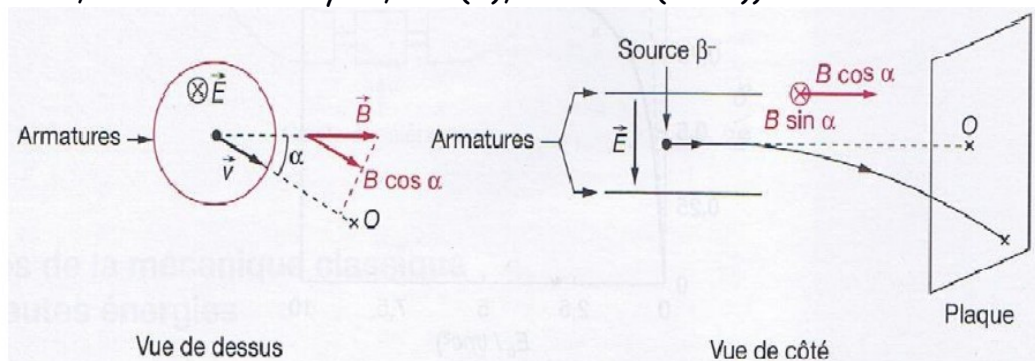


$$E_c = (\gamma - 1) m c^2 \text{ avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ainsi, en communiquant une énergie de plus en plus importante aux électrons, leur vitesse n'augmente quasiment plus et stagne au voisinage de la vitesse de la lumière conformément à l'expression relativiste. La vitesse pour $E_c = 15 \text{ MeV}$ (dernière case du tableau) est mesurée à $v/c = 1,00\dots$ aux incertitudes de mesure près. En réalité, v/c est alors très proche de 1, mais strictement inférieure.

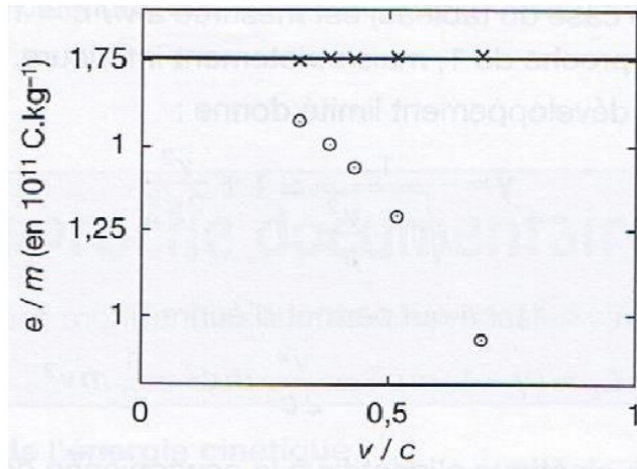
2. Montrez que l'expression relativiste de l'énergie cinétique s'identifie à l'expression classique dans le cas des faibles vitesses.

L'expression de l'énergie cinétique d'une particule en fonction de sa vitesse diffère donc de son expression newtonienne aux vitesses élevées. Il paraît fort possible qu'il en soit de même de la quantité de mouvement. Alfred Bucherer a mené en 1908 une expérience permettant de valider la formule relativiste de la quantité de mouvement (A. Bucherer, *Annalen der Physik*, 333(3), 513-536 (1909)).



Un échantillon de radium (source radioactive, c'est-à-dire émettrice d'électrons) est placé au centre d'un condensateur avec des armatures en forme de disque créant un champ électrique interarmatures uniforme, le tout à l'intérieur d'un solénoïde engendrant un champ magnétique uniforme parallèle aux armatures. Les électrons émis par la source possèdent une large gamme de vitesses, en norme et en direction, mais elles sont toutes contenues dans le plan horizontal de la vue de côté.

Il faut alors réaliser un sélecteur de vitesse. Les électrons sortant du condensateur dans la direction α sont ceux possédant cette direction initialement et pour lesquels les forces électrique et magnétique se compensent. La connaissance des valeurs des champs et de l'angle α permet de déduire la vitesse v des électrons.



Après être sortis du condensateur, les électrons sont soumis uniquement au champ magnétique, et suivent une trajectoire portée par une hélice. L'électron sort alors du plan de la vue de côté. En mesurant sa position sur une plaque photographique, il est possible de trouver le rayon R de l'hélice et d'en déduire le rapport e/m à partir des valeurs des champs et de l'angle α . Les résultats de l'expérience sont indiqués par des cercles.

3. Pourquoi le résultat est-il non compatible avec les lois de la mécanique classique ?

III- Expression relativiste de la quantité de mouvement

Tout se passe donc comme si la masse m était remplacée par le produit γm . Selon cette formule, Bucherer a donc mesuré le coefficient γ . En prenant cet aspect en compte, les résultats corrigés sont indiqués par des croix. L'expérience confirme donc la validité de la relativité. La valeur actuellement admise pour le rapport e/m est indiquée par une ligne horizontale. L'expérience de Bucherer souffre en fait d'imprécisions, qui ont été gommées par des expériences plus récentes.

4. Similairement au cas de l'énergie cinétique, quelle est la nouvelle expression de la quantité de mouvement en mécanique relativiste ?