

Commentaires pour la pré-correction du DM 27

Merci de pré-corriger votre devoir, en tenant compte des commentaires qui suivent et en vous référant au corrigé type présent sur le site. Je vous demande ensuite de le scanner page à page, dans le bon sens et de le déposer sur mon site au format .pdf.

Les groupes utilisés sont parfois en notation additive, parfois en notation multiplicative, il ne faut pas confondre ces deux situations, ni mélanger ces deux notations.

— Question 2 :

Ne pas oublier de montrer que la quantité $\overline{a+b}$ ne dépend que de \bar{a} et de \bar{b} .

— Question 4 :

Si $G = Gr(A)$ et $H = Gr(B)$, on ne peut pas utiliser que $G \times H = Gr(A \times B)$, parce que c'est faux, ainsi que le montre le contre-exemple suivant :

$$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} = Gr(\{1\}) \times Gr(\{1\}),$$

$$\text{mais } Gr(\{1\} \times \{1\}) = Gr(\{(1, 1)\}) = \{(n, n) / n \in \mathbb{Z}\} \neq \mathbb{Z}^2.$$

— Question 8 :

On a vu cette question en TD. On peut être tenté par une méthode plus simple, mais fautive. En effet, si l'on pose $d = o(x) \wedge o(y)$, on peut écrire $o(x) = da$ et $o(y) = db$ avec $a \wedge b = 1$. On peut alors construire $z \in G$ tel que $o(z) = ab$,

mais $o(x) \vee o(y) = \frac{o(x)o(y)}{d} = dab \neq ab$, donc z ne répond pas à la question.

On peut aussi être tenté d'affirmer que $a \wedge o(y) = 1$, auquel cas on pourrait construire $z \in G$ tel que $o(z) = a \times o(y) = dab = o(x) \vee o(y)$, mais on peut avoir $a \wedge o(y) \neq 1$: par exemple, lorsque $o(x) = 2^n 3^N$ et $o(y) = 2^N 3^n$ avec $N > n$, alors $d = 2^n 3^n$, donc $a = 3^{N-n}$ n'est pas premier avec $o(y)$.

— Question 14.b :

On a $ab = ab + 0b = 0a + ab$, donc la somme n'est pas directe . . .

si $(ab, 0) \neq (0, ab)$, c'est-à-dire lorsque $ab \neq 0$. Cependant, lorsque $ab = 0$, la somme est directe.