

MPSI 2  
Programme des colles de mathématiques.  
Semaine 17 : du lundi 10 au vendredi 14 février.

Liste des questions de cours

1°) Présenter la technique de comparaison entre séries et intégrales.  
En déduire le théorème du même nom.

2°) Soit  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Déterminer la nature de la série  $\sum_{n \geq 1} \left(\cos \frac{1}{n}\right)^{(n^\alpha)}$ .

3°) Montrer que  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \ln(n) + \gamma + o(1)$ .

4°) Déterminer la nature des séries de Bertrand.

5°) Énoncer et démontrer le théorème spécial des séries alternées.

6°) Nature de la série  $\sum_{n \geq 2} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$ .

7°) Calculer  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ .

8°) Présenter la transformation d'Abel.

## Séries de vecteurs

◇ Les élèves doivent savoir faire des calculs asymptotiques simples. Cependant, le cours sur les  $o$ ,  $O$ , équivalents et développements limités n'a pas encore été étudié. Aucune aisance technique n'est donc attendue.

◇ Le théorème de sommation des  $\sim$ ,  $o$  et  $O$  n'est pour le moment pas connu des étudiants.

### 1 Séries : cf programme précédent

### 2 Séries alternées

Théorème des séries spéciales alternées.

Non commutativité des séries semi-convergentes.

La transformation d'Abel (hors programme).

### Prévisions pour la semaine prochaine :

Topologie.