

Correction du DM 35

Merci de pré-corriger votre devoir, en tenant compte des commentaires qui suivent et en vous référant au corrigé type présent sur le site. Je vous demande ensuite de le scanner page à page, dans le bon sens et de le déposer sur mon site au format .pdf.

2°) L'inégalité $\left| \int_0^x \dots \right| \leq \int_0^x \left| \dots \right|$ est fautive lorsque $x < 0$.

3°) Il ne faut pas confondre la propriété B de l'énoncé avec sa réciproque : B signifie que, pour tout $a \in \mathbb{Z}$, $a \wedge N \neq 1 \implies \chi(a) = 0$ et non $a \wedge N = 1 \implies \chi(a) \neq 0$.

4°) Ne pas oublier de montrer que, pour tout $\bar{a} \in (\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^*$, $\chi(\bar{a}) \neq 0$.

7°) Si pour répondre à la question, vous avez montré que $\sum_{n=1}^{4N} \frac{\chi(n)}{n} \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{4}$, pour

conclure, il reste à étudier les sommes $\sum_{n=1}^{4N+i} \frac{\chi(n)}{n}$ où $i \in \{1, 2, 3\}$.

8°) Il est important de ne pas confondre \mathbb{Z} avec $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$, ni $a \in \mathbb{Z}$ avec $\bar{a} \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$.

12°) L'écriture $m = qN + h$ avec $0 \leq h < N$ n'a rien d'évident, il faut explicitement faire référence à la notion de division euclidienne.

14°) En notant D_n l'ensemble des diviseurs positifs de n , il faut montrer que $D_{nm} = D_n D_m$, ce n'est pas une évidence.

18°) Pour la première question, l'usage des valeurs absolues est indispensable. Par exemple, il est faux d'écrire que $\sum_{n=1}^N f_n x^n \geq \sum_{n=1}^{\lfloor \sqrt{N} \rfloor} f_{n^2} x^{(n^2)}$, lorsque $x < 0$.