

Correction du DM 37

Merci de pré-corriger votre devoir, en tenant compte des commentaires qui suivent et en vous référant au corrigé type présent sur le site. Je vous demande ensuite de le scanner page à page, dans le bon sens et de le déposer sur mon site au format .pdf.

◇ Si $a_n \sim b_n$, on ne peut pas affirmer que $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k = \sum_{k=0}^{+\infty} b_k$.

◇ Si $a \leq b$, où $a, b \in \mathbb{R}$, on ne peut pas affirmer que $|a| \leq |b|$. Par exemple, le raisonnement "sin $x \leq x$, donc $1 + \sin x \leq 1 + x$, donc $|1 + \sin x| \leq |1 + x|$ " ne convient pas, si l'on ne précise pas que $1 + \sin x \geq 0$.

I.4°) a) ◇ On a bien $\ln(1 + u_n) \sim u_n$ et $\sum u_n$ est convergente, mais la suite u_n étant de signes quelconques, on ne peut pas en déduire que $\sum \ln(1 + u_n)$ est également convergente.

◇ L'affirmation " $\ln(1 + u_n) \sim u_n - \frac{u_n^2}{2}$, donc $\ln(1 + u_n) - u_n \sim \frac{u_n^2}{2}$ " est un raisonnement faux, car la relation d'équivalence entre suites (ou fonctions) n'est pas stable pour l'addition.

I.4°) b) On ne dit pas "la série $\sum \left(-\frac{u_n^2}{2}\right)$ diverge vers $-\infty$ ". La rédaction correcte est "la série $\sum \left(-\frac{u_n^2}{2}\right)$ diverge et sa somme est égale à $-\infty$ ".

II.1°) d) ◇ Il faut "passer aux ε ", ce qui demande toujours une rédaction très précise. En particulier, l'utilisation des symboles \exists et \forall en tant qu'abréviations est proscrite.

◇ Il n'est pas possible de conclure la preuve en "faisant tendre ε vers 0", cela conduit à des erreurs de raisonnement. En particulier, l'affirmation $\frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \sin^{2n}(t) dt}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n}(t) dt} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$ est fausse lorsque α dépend de n .