

Correction du DM 58

Afin de pré-corriger votre devoir, merci de tenir compte des commentaires qui suivent et de vous référer au corrigé type présent sur le site. Après la pré-correction, veuillez scanner page à page votre copie, dans le bon sens et déposer sur mon site le fichier au format .pdf.

Partie I

2°) Par construction, $\mathbb{A} = \text{vect}(I_2, A)$, il est alors inutile de démontrer que c'est un sous-espace vectoriel.

3°) Pour passer de $-I_2 = (a^2 - b^2 \det(A))I_2 + (2ab + b^2 \text{Tr}(A))A$ à $\begin{cases} 2ab + b^2 \text{Tr} A = 0 \\ a^2 - b^2 \det A = -1 \end{cases}$, il faut utiliser que la famille (I_2, A) est libre.

Partie II

2°) $\diamond$ Il est inutile de redémontrer que $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ est un morphisme d'algèbres, c'est un résultat du cours.

$\diamond$ Pour montrer que $\text{Ker}(\varphi_a) = \{0\}$, il faut justifier le fait que $[\forall x \in \mathbb{D}, ax = 0] \implies a = 0$.

$\diamond$ Expliquez pourquoi $\Psi(\mathbb{D})$ est une sous-algèbre.

3°) Attention, $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\varphi_z) \neq zI_n$, car c'est une matrice à coefficients dans $\mathbb{R}$.

4°) c) Il faut justifier l'implication " $AB = I_n \implies A$ inversible" en s'appuyant explicitement sur le cours.