

MPSI 2
Programme des colles de mathématiques.
Semaine 2 : du lundi 29 septembre au vendredi 3 octobre.

Liste des questions de cours

- 1°) Tracer les graphes des fonctions tan et arctan.
- 2°) Pour tout $x \in [-1, 1]$, montrer que $\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$.
- 3°) Graphes des fonctions sh, ch et th.
- 4°) Montrer à l'aide des complexes que $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$.
- 5°) Tracer le graphe de $x \mapsto x^\alpha$, en distinguant les cas où $\alpha \in \mathbb{N}$, $\alpha \in \mathbb{Z}$ avec $\alpha < 0$ et $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$.
- 6°) Présenter l'étude de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$.
- 7°) Comment le graphe de $x \mapsto f(ax)$ se déduit-il du graphe de f ? Le démontrer.
- 8°) Graphes des fonctions argsh, argch et argth.
- 9°) Donner (en justifiant) une expression logarithmique de $\argch(x)$.
- 10°) Énoncer et démontrer le théorème de changement de variable dans une intégrale.
- 11°) Énoncer et démontrer le théorème d'intégration par parties.

Les thèmes de la semaine

Il s'agit d'une première approche de la dérivation et de l'intégration des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. On admet les théorèmes nécessaires et aucune maîtrise théorique n'est attendue des élèves à ce sujet. On définit et on étudie les fonctions usuelles.

1 Programme des colles de la semaine 1

On reprend le contenu du programme de la semaine 1. Il pourra faire l'objet d'exercices.

2 Étude d'une fonction

Plan d'étude, recherche d'asymptotes obliques, de branches paraboliques.

3 Déformations du graphe

- Le graphe de $x \mapsto f(x) + a$ se déduit du graphe de f par la translation de vecteur $a\vec{j}$.
- Le graphe de $x \mapsto f(x + a)$ se déduit du graphe de f par la translation de vecteur $-a\vec{i}$.
- Le graphe de $x \mapsto f(a - x)$ se déduit du graphe de f par la symétrie orthogonale selon la droite verticale d'abscisse $\frac{a}{2}$.
- Le graphe de $x \mapsto f(ax)$ se déduit du graphe de f par l'affinité orthogonale d'axe invariant Oy et de coefficient $\frac{1}{a}$.
- Le graphe de $x \mapsto af(x)$ se déduit du graphe de f par l'affinité d'axe invariant Ox et de coefficient a .

4 D'autres fonctions usuelles

Les fonctions ch, sh et th. Propriétés et graphes.

Formules : $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$, $\operatorname{ch}(a + b)$, $\operatorname{sh}(a + b)$.

Définitions de arccos, arcsin et arctan. Propriétés, dérivées, graphes.

Définitions (hors programme) de argch, argsh et argth. Propriétés, dérivées, graphes. Expressions logarithmiques.

5 Calculs d'intégrales

Théorème de changement de variable dans une intégrale.

Intégrale d'une application paire (resp : impaire) sur un intervalle centré en 0.

Si f est continue et T -périodique, $\int_t^{T+t} f(t) dt$ ne dépend pas de t .

Intégration par parties.

Prévision pour la semaine prochaine :

Théorie des ensembles et logique.