Commentaires pour la pré-correction du DM 14

Merci de pré-corriger votre devoir, en tenant compte des commentaires qui suivent et en vous référant au corrigé type présent sur le site. Je vous demande ensuite de le scanner page à page, dans le bon sens et de le déposer sur mon site au format .pdf.

Pour tout le devoir :

- Rappel des bonnes pratiques de rédaction :
  - Lorsque A et B sont des prédicats, on peut écrire "on a A, donc B", mais il est incorrect d'écrire "on a A donc $A \implies B$". C'est encore moins correct avec "on a A donc $A \iff B$" car il arrive dans ce contexte que $\neg(B \implies A)$, auquel cas c'est considéré comme une erreur de raisonnement.
  - Entre l'usage excessif des symboles de la logique formelle, qui peut conduire à des phrases très hermétiques voire incompréhensibles, et des affirmations mathématiques rédigée uniquement en langage naturel, il est important de trouver un compromis qui optimise la clarté de votre exposé.
  - Si R est une relation binaire, évitez d'utiliser la notation $x \not R\ y$, préférez l'écriture $\neg(x\ R\ y)$. La première écriture n'est en usage que pour quelques relations usuelles : $=$, $\in$ et $\mid$ (divisibilité), pour lesquelles on utilise en effet, $\neq$, $\notin$ et $\nmid$.
    De même, l'usage des symboles $\not\exists$ et $\not\forall$ est à proscrire.
- Distinguez 0 et $\emptyset$. Même si selon une certaine approche des entiers, $0 = \emptyset$, selon l'approche formelle par les axiomes de Peano, 0 n'est pas forcément égal à $\emptyset$.
- Pensez à faire des figures dès qu'il est possible d'illustrer ainsi l'énoncé ou votre démonstration.

Pour certaines questions

Problème 1

- Question 1 : Ne pas oublier de traiter le cas particulier où la partie de E est $\emptyset$.
- Question 1.b : Évitez les confusions entre $f \in F$, $A \subset F$, $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(F)$: ici, il faut partir de $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(F)$ et montrer qu'il existe $A \subset F$ tel que $A = \sup(\mathcal{A})$.

— Question 1.c : La partie A de $\mathbb{N}$ à considérer est quelconque, donc elle peut être infinie.
De plus, lorsque A est infini, la théorie des PPCM et PGCD n'est pas au programme, donc il est nécessaire de démontrer le résultat.
— Question 2 : Attention, l'ordre est a priori seulement partiel, donc $\neg(x \leq f(x))$ n'est pas équivalent à $x > f(x)$.
— Question 2.c : Evitez d'adapter ce qui précède, il est plus rapide d'utiliser la question 2.b en utilisant le treillis $(E, \geq)$.
— On peut utiliser $g^{-1}(B)$, où B est une partie de E, mais g n'étant pas bijective, toute écriture de la forme $g^{-1}(x)$, où $x \in E$ est à proscrire.

Problème 2

— Question 1 : Il s'agit de montrer que t est unique relativement à la propriété $M = (\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2})$, et non relativement à une autre propriété, par exemple $t = \tan(\frac{\theta}{2})$.
— Question 3.b : Attention, lorsque d n'est pas premier, si $c \in \mathbb{N}$, l'affirmation $d \mid c^2 \implies d \mid c$ est fausse.

Problème 3

— Question 1 : Pour montrer que $3 \implies 1$, il faut tenir compte du fait qu'a priori, $x - \varepsilon$ et $y + \varepsilon$ ne sont pas dans I.
— Question 3 : Fournir une rédaction précise mais concise. Il est comme toujours nécessaire de structurer la démonstration en fonction du résultat attendu. En particulier, elle doit commencer par "Soit $y \in J$".
— Question 4 : Vue la suite de l'énoncé, il faut montrer que $a \in \mathbb{R}$, c'est-à-dire que $G \cap \mathbb{R}_+^*$ possède une borne inférieure dans $\mathbb{R}$.
L'affirmation "$G \neq \{0\}$ donc il existe $x \in G$ tel que $x \neq 0$" n'est pas correcte : il faut préciser que $G \neq \emptyset$ ou bien que $\{0\} \subset G$.