

Commentaires concernant le DM 4

Dans l'ensemble, c'est un bon, voire très bon paquet de copies.

La qualité de votre rédaction est souvent meilleure.

Suivent quelques commentaires, pour certaines questions.

Problème 1

- **2°)** L'énoncé prend le temps, en introduction, de définir t^b , notamment lorsque $t = 0$. Aussi, il faut détailler la preuve de $x \leq y \implies t^x \leq t^y$, en séparant le cas où $t = 0$.
- **3°)** et autres, y compris dans les problèmes 2 et 3 : Pour montrer qu'une quantité I_n tend vers 0 lorsque $n \rightarrow +\infty$, la technique par défaut consiste à majorer $|I_n|$. C'est plus simple et plus rapide (sauf rares exceptions) que de majorer et de minorer I_n .

De plus, la majoration de $|I_n|$ se fait très souvent par inégalité triangulaire. Cependant, il faut éviter les erreurs classiques concernant son usage :

- L'inégalité $\left| \int_0^{2r} f_n(t) dt \right| \leq \int_0^{2r} |f_n(t)| dt$ est fautive lorsque $2r < 0$. (cf question 1.b du problème 2 : j'ai omis de signaler cette erreur sur certaines copies, mais c'est tout de même faux)

Il faut distinguer le cas où $r \geq 0$ du cas où $r < 0$,

$$\text{ou bien écrire } \left| \int_0^{2r} f_n(t) dt \right| \leq \int_{\min(0,2r)}^{\max(0,2r)} |f_n(t)| dt.$$

- La majoration ne doit pas se faire à l'intérieur de la valeur absolue. En effet, lorsque $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b \not\Rightarrow |a| \leq |b|$, car l'application $|\cdot|$ n'est pas croissante sur \mathbb{R} .

En particulier, si $\forall x \in [a, b], f(x) \leq g(x)$, on ne peut pas en déduire que

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \left| \int_a^b g(x) dx \right|.$$

La bonne méthode consiste à écrire que $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$, puis,

si pour tout $x \in [a, b], |f(x)| \leq g(x)$, à poursuivre

$$\text{avec } \left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b g(x) dx.$$

-
- 4°) La question 3 démontre que $|\varphi(x) - \varphi(y)| \leq y - x$, uniquement lorsque $x \leq y$. Pour la question 4, on a besoin d'étendre cette inégalité au cas où $x > y$.
 - 6°) Lorsque vous faites une intégration par parties, indiquez-le clairement, par exemple en écrivant : "effectuons une IPP."
Ici, l'IPP posait problème en 0, comme c'est expliqué en détail dans le corrigé.
 - 8°) Appliquez-vous pour tracer le graphe. Lorsque j'ai indiqué "manque de soins", en DS vous auriez perdu un demi-point.

Problème 2 :

- 1°) a) : Si votre tableau de variation fait apparaître dans l'ordre 0, r puis $2r$, il est faux lorsque $r < 0$.
- 1°) b) : D'après les croissances comparées, pour tout $\alpha \in \mathbb{C}$, $\frac{\alpha^n}{n!} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$. Il est donc en effet inutile de le démontrer dans une copie ... sauf si on vous le demande explicitement. Il est tout de même bon de savoir le faire. C'est détaillé dans mon corrigé.
- 4°) a) : Montrer que $\sin(2r) \neq 0$ pour éviter un "D0".

Problème 3 :

- 7°) b) : Montrer que $1 - e^{i\pi t} \neq 0$ pour éviter un "D0".
- 8°) Il s'agit du lemme de Riemann-Lebesgue. À considérer comme un exercice classique.