

TP – Résistances d'entrée/de sortie et point de fonctionnement

Perturbation du circuit par l'appareil de mesure, caractéristiques, point de fonctionnement

Corrigé

Objectifs du TP

- Comprendre pourquoi un appareil de mesure **modifie** le circuit qu'il mesure, et savoir estimer l'erreur commise.
- Mesurer expérimentalement la **résistance d'entrée** d'un voltmètre et la **résistance de sortie** d'un GBF.
- Tracer et exploiter la **caractéristique** d'un dipôle, linéaire ou non.
- Déterminer un **point de fonctionnement**, graphiquement et algébriquement.

I. Résistances d'entrée et de sortie

I.1 Résistance d'entrée

I.1.1 Définition et exemple

Tout appareil branché en parallèle sur un circuit (voltmètre, oscilloscope) possède une résistance interne qui lui est propre. De ce fait, il **prélève un courant** et modifie la tension qu'il est censé lire. Un voltmètre se modélise par une résistance pure, notée R_V . L'oscilloscope, lui, se modélise par l'association en parallèle d'une résistance R_e et d'un condensateur $C_e \simeq 10 \text{ pF}$, négligeable à basse fréquence.

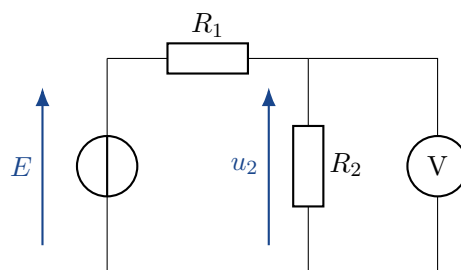
Définition – résistance d'entrée

La **résistance d'entrée** d'un dipôle passif est la résistance équivalente vue de l'extérieur. Elle modélise électriquement le comportement du dipôle vis-à-vis du circuit auquel on le raccorde.

On considère le montage ci-contre.

1 Dans le cas idéal où le voltmètre ne perturbe pas le circuit, que vaut la tension u_2 en fonction de R_1 , R_2 et E ?

2 On considère maintenant le cas où le voltmètre possède une résistance d'entrée R_V . Que vaut u_2 en fonction de R_1 , R_2 , R_V et E ? Pour quelles valeurs de R_V retrouve-t-on le cas de la question 1 ?



1. Sans voltmètre, R_1 et R_2 sont en série : le pont diviseur de tension donne

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

2. Le voltmètre est en parallèle sur R_2 : l'ensemble est équivalent à

$$R_{\text{eq}} = R_2 \parallel R_V = \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V}$$

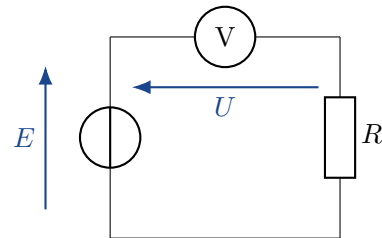
et le pont diviseur s'applique à R_1 et R_{eq} :

$$u_2 = \frac{R_{\text{eq}}}{R_1 + R_{\text{eq}}} E = \frac{R_2 R_V}{R_1 R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V} E$$

On retrouve le cas idéal lorsque $R_{\text{eq}} \simeq R_2$, c'est-à-dire pour $R_V \gg R_2$: un bon voltmètre a une résistance d'entrée **très grande** devant celle du dipôle sur lequel il est branché. Mesurer sous $10 \text{ M}\Omega$ une tension aux bornes d'une résistance de $1 \text{ k}\Omega$ ne pose aucun problème ; aux bornes d'une résistance de $10 \text{ M}\Omega$, la mesure est faussée de 50 %.

1.1.2 Mesure de la résistance d'entrée d'un voltmètre

On réalise le circuit ci-contre. L'appareil de mesure V est le voltmètre : dans cette expérience, il n'est pas utilisé comme appareil de mesure mais est **assimilable à sa résistance interne**. On prendra $E = 5 \text{ V}$, mesurée au multimètre *avant* de réaliser le circuit, et R une résistance variable.



3 En reprenant le raisonnement des questions précédentes, que vaut U en fonction de E , R et R_V ?

3. Le voltmètre (résistance R_V) et R sont **en série** : le pont diviseur de tension donne

$$U = \frac{R_V}{R + R_V} E$$

C'est bien le *même* raisonnement qu'à la question 2, mais retourné : on ne cherche plus à rendre la perturbation négligeable, on s'en sert pour mesurer R_V .

Manipulation 1 – détermination de R_V

- Réaliser le circuit en faisant attention au sens de branchement du voltmètre. Régler R de sorte que $U = E/2$.
- Quelle valeur particulière de R permet d'obtenir $U = E/2$? En déduire R_V .

Manipulation 1. $U = E/2$ impose $\frac{R_V}{R + R_V} = \frac{1}{2}$, soit $R = R_V$: la résistance variable lue sur la boîte donne directement la résistance d'entrée du voltmètre. On attend quelques $\text{M}\Omega$ à quelques dizaines de $\text{M}\Omega$ selon l'appareil (valeur typique : $10 \text{ M}\Omega$).

Méthode à retenir : pour mesurer une résistance inaccessible, on la met en série avec une résistance connue et réglable, et on cherche l'**égalité des deux tensions**. On ne lit alors qu'une position de zéro (ou de moitié), pas une valeur absolue : la précision ne dépend plus de l'étalonnage du voltmètre.

Manipulation 2 – influence de R_V sur une mesure

- Câbler le montage du paragraphe précédent (celui des questions 1 et 2), avec $R_1 = R_2$.
- Régler $E = 2 \text{ V}$ (mesuré au voltmètre).
- Remplir le tableau suivant :

$R_1 = R_2$	$E \text{ (V)}$	$u_{\text{exp}} \text{ (V)}$	$u_{\text{theo}} \text{ (V)}$
$1 \text{ k}\Omega$	2		
$500 \text{ k}\Omega$	2		
$10 \text{ M}\Omega$	2		

4 Interpréter ces résultats.

4. La valeur théorique *idéale* est $u_2 = E/2 = 1,00 \text{ V}$ dans les trois cas, puisque $R_1 = R_2$. La valeur réellement attendue s'obtient par la formule de la question 2 ; avec $R_V = 10 \text{ M}\Omega$:

$R_1 = R_2$	$R_2 \parallel R_V$	u_{theo}	écart à 1 V
1 k Ω	1,00 k Ω	1,000 V	0,005 %
500 k Ω	476 k Ω	0,976 V	2,4 %
10 M Ω	5,0 M Ω	0,667 V	33 %

Conclusion : ce n'est pas la valeur de R_V seule qui compte, mais son rapport à la résistance du circuit. Le même voltmètre est excellent sur un circuit « basse impédance » et inutilisable sur un circuit « haute impédance ». On retiendra la règle : pour une erreur inférieure à 1 %, il faut $R_V \gtrsim 100 R_2$.

I.2 Résistance de sortie

Dans le cours, on a vu qu'un générateur de tension réel possède une résistance interne R_g . On nomme cette résistance **résistance de sortie**.

Définition – résistance de sortie

La **résistance de sortie** d'un dipôle actif est la résistance du générateur de Thévenin équivalent. Elle modélise électriquement la chute de tension du dipôle lorsqu'il débite un courant.

On la déterminera expérimentalement dans la partie II. En attendant, répondre aux questions ci-dessous.

Applications. L'entrée d'un oscilloscope est décrite par sa résistance d'entrée R_e , couramment égale à 1 M Ω .

5 On connecte un générateur de résistance interne $R_g = 50 \Omega$ sur l'entrée d'un oscilloscope. Quelle erreur relative commet-on en confondant la tension à vide e et la tension u_e mesurée sur l'écran ?

6 Un capteur électrochimique a une résistance interne égale à 500 k Ω . Quelle erreur relative de mesure apparaît si on connecte directement l'oscilloscope sur le capteur ?

7 On place entre le capteur et l'oscilloscope un adaptateur, qui a pour effet de présenter une résistance d'entrée de 10 M Ω au capteur. Que devient l'erreur relative précédente ?

Dans les trois cas, le générateur (f.é.m. e , résistance R_g) débite sur la résistance d'entrée R_e : c'est un pont diviseur,

$$u_e = \frac{R_e}{R_e + R_g} e \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{u_e - e}{e} \right| = \frac{R_g}{R_e + R_g}$$

5. $R_g = 50 \Omega$, $R_e = 1 \text{ M}\Omega$:

A.N. : $\varepsilon = \frac{50}{1,000\,05 \times 10^6} = 5 \times 10^{-5} = 5 \times 10^{-3} \%$

Totalement négligeable : c'est le cas usuel au laboratoire, et c'est pourquoi on branche un oscilloscope sur un GBF sans y penser.

6. $R_g = 500 \text{ k}\Omega$, $R_e = 1 \text{ M}\Omega$:

A.N. : $\varepsilon = \frac{500}{1500} = 0,33 = 33 \%$

La mesure est faussée d'un tiers : l'oscilloscope est ici totalement inadapté.

7. Avec l'adaptateur, $R_e = 10 \text{ M}\Omega$:

A.N. : $\varepsilon = \frac{0,5}{10,5} = 4,8 \times 10^{-2} = 4,8 \%$

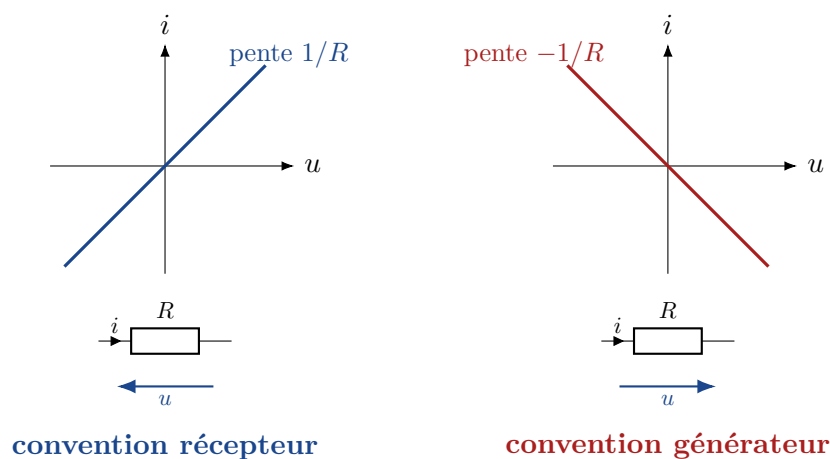
On gagne un facteur 7, mais l'erreur reste de quelques pour cent : pour un capteur de $500\text{ k}\Omega$ il faudrait un adaptateur à $1\text{ G}\Omega$. **C'est exactement le rôle d'un montage suiveur à amplificateur opérationnel**, que vous verrez en seconde année : résistance d'entrée quasi infinie, résistance de sortie quasi nulle.

II. Caractéristique d'un dipôle

II.1 Définition

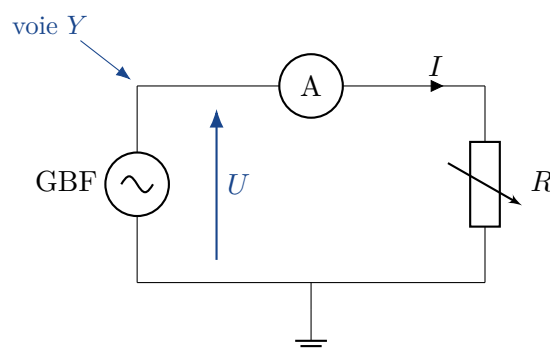
La **caractéristique** d'un dipôle est sa loi courant-tension, c'est-à-dire une relation $U(I)$ (ou $I(U)$), donnée sous forme d'équation ou de graphe ; en général on trace I en fonction de U . La représentation graphique est surtout utile lorsque le dipôle n'est pas linéaire, ou que sa loi ne se met pas sous forme d'équation simple.

Une caractéristique n'a de sens que si l'on précise la convention d'orientation. Pour une résistance :



Les résistances sont des dipôles **passifs** : leur caractéristique passe nécessairement par l'origine ($U = 0$, $I = 0$), puisqu'aucun courant ne les traverse si rien ne les alimente. Il existe des caractéristiques **non linéaires** : diode, diode Zener, lampe à incandescence, photodiode.

II.2 Résistance interne du générateur basses fréquences (GBF)



Manipulation 3 – caractéristique du GBF

1. Réaliser le branchement ci-dessus.
2. Régler le GBF pour avoir un signal **continu** de tension 2 V .
3. Mesurer I et U pour $R = 11\text{ k}\Omega$, 1000 , 200 , 100 , 50 , 20 et $0\ \Omega$.

4. Tracer $U = f(I)$ et en déduire la f.é.m. et la résistance interne du générateur de Thévenin qui modélise le GBF dans le cadre de cette expérience.

Manipulation 3. Le modèle de Thévenin donne $U = e - R_g I$: le tracé de $U = f(I)$ doit être une **droite**, d'ordonnée à l'origine e (la f.é.m. à vide) et de pente $-R_g$. On attend $R_g = 50 \Omega$, valeur normalisée de l'impédance de sortie des GBF.

Deux remarques pratiques : (i) le point $R = 0 \Omega$ est le court-circuit, $I_{cc} = e/R_g$: il permet de vérifier le modèle sur toute l'étendue ; (ii) beaucoup de GBF affichent une tension *double* de celle qu'ils délivrent réellement sur une charge de 50Ω , car leur affichage suppose une charge adaptée — raison de plus pour mesurer e et non pour la lire.

8. Que doit-on faire pour observer en mode XY de l'oscilloscope I (ou une valeur proportionnelle à I) en fonction de U ? On rappelle que le signal de la voie 1 correspond à l'abscisse et celui de la voie 2 à l'ordonnée.

8. Un oscilloscope ne mesure que des **tensions**. Pour visualiser I , on utilise une résistance comme convertisseur courant $\rightarrow$ tension : aux bornes d'une résistance connue r , $u_r = r I$, donc $u_r \propto I$.

Il faut donc : voie 1 (X) sur la tension U du dipôle étudié, voie 2 (Y) aux bornes de r .

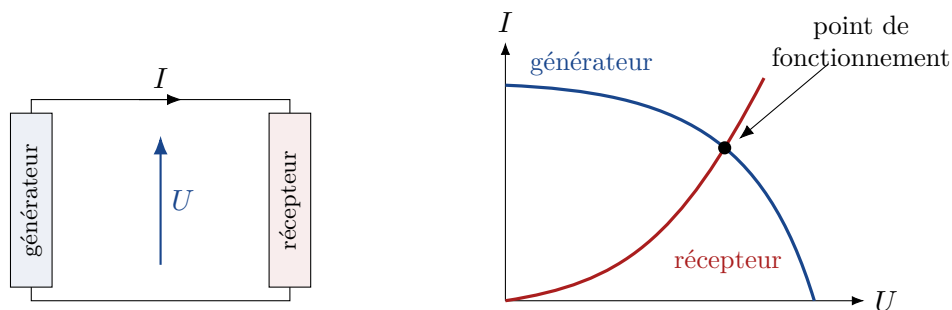
La contrainte décisive est que les deux voies partagent la masse de l'oscilloscope : on ne peut pas mesurer deux tensions dont les points bas sont différents. Il faut donc placer r de sorte qu'une de ses bornes *soit* la masse, et prendre U de l'autre côté. Selon le sens de parcours, on lit $-rI$ au lieu de $+rI$: on utilise alors la fonction INV de la voie 2.

Attention au montage proposé ci-dessus : la résistance R y joue à la fois le rôle de charge *et* de shunt de mesure, si bien que les deux voies seraient branchées sur le même point (à la chute de tension de l'ampèremètre près). Pour tracer réellement une caractéristique en mode XY, il faut ajouter une petite résistance de mesure $r \ll R$ en série, reliée à la masse.

III. Point de fonctionnement

III.1 Définition

Un générateur idéal peut imposer une tension quelle que soit l'intensité qui traverse le circuit. Mais pour un circuit *donné*, l'intensité est fixée : les deux dipôles doivent satisfaire *simultanément* leurs deux caractéristiques. On appelle **point de fonctionnement** le couple (U, I) ainsi imposé. On l'obtient en superposant les deux caractéristiques.



Le point de fonctionnement fixe le couple (U, I) du circuit. Dans certains cas particuliers la résolution algébrique est possible, mais dans la plupart des cas on ne peut le déterminer que **graphiquement**.

Exercice. On cherche le point de fonctionnement d'une résistance R associée en série à un générateur de f.é.m. U_0 et de résistance interne R_g .

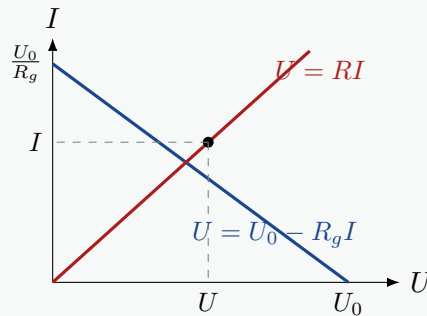
9. Représenter les deux caractéristiques sur le même schéma.

10 Déterminer les valeurs de U et de I du point de fonctionnement.

9. En convention générateur pour la source et récepteur pour la résistance, les deux dipôles imposent

$$\text{générateur : } U = U_0 - R_g I \quad \text{et} \quad \text{récepteur : } U = R I$$

soit, dans le plan (U, I) , deux droites : l'une décroissante, d'ordonnée à l'origine U_0/R_g et d'abscisse à l'origine U_0 ; l'autre passant par l'origine, de pente $1/R$ (la *droite de charge*).



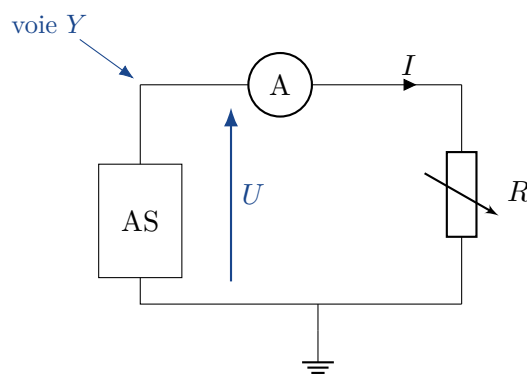
10. Le point de fonctionnement est l'intersection : $R I = U_0 - R_g I$, d'où

$$I = \frac{U_0}{R + R_g} \quad \text{et} \quad U = \frac{R}{R + R_g} U_0$$

On retrouve évidemment le pont diviseur de tension : ici les deux dipôles sont linéaires, la résolution graphique n'était pas nécessaire. **Elle le devient dès que l'un des deux ne l'est pas** (question 11).

III.2 Expérience : caractéristique d'une alimentation stabilisée

On utilise le multimètre en **ampèremètre DC** pour mesurer l'intensité I du courant, et l'oscilloscope (couplage DC, mesure V_{avg}) pour mesurer la tension aux bornes de l'alimentation stabilisée. Pour R , on prendra des boîtes de résistances variables.



Manipulation 4 – caractéristique d'une alimentation stabilisée

1. Régler $U = 5 \text{ V}$ en lisant sur l'alimentation stabilisée.
2. Court-circuiter l'alimentation stabilisée, c'est-à-dire mettre un simple fil entre ses deux bornes. **C'est le seul cas où l'on peut court-circuiter un appareil sans danger.** Régler l'intensité à environ 50 mA (lecture sur l'alimentation).
3. Brancher l'ampèremètre (réfléchir au calibre à utiliser) et affiner le réglage à environ 50 mA (noter la valeur précise).

4. Réaliser le circuit ci-dessus.
5. Faire un tableau contenant les valeurs de U et I pour $R = 1000, 500, 300, 250, 200, 150, 100, 90, 80, 70, 60$ et 50Ω .
6. Tracer la caractéristique $I = f(U)$.
7. Sur la caractéristique, tracer celle de la résistance pour deux valeurs particulières.
8. Indiquer les **deux modes de fonctionnement** de l'alimentation stabilisée selon la valeur de R .

Manipulation 4. La caractéristique attendue est formée de **deux branches** :

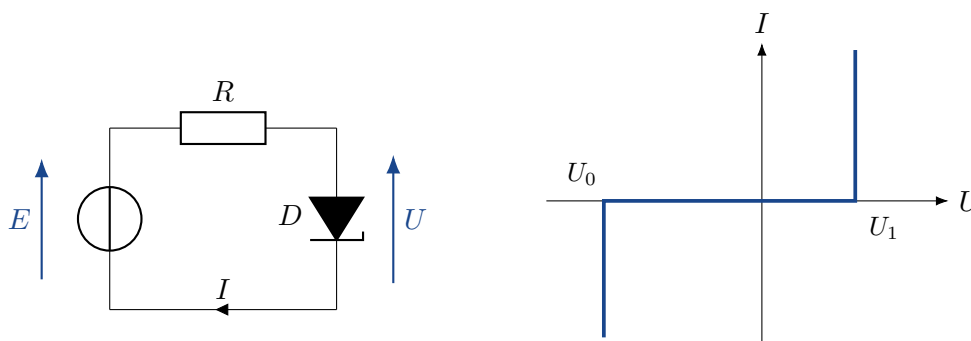
- pour R grand, le courant demandé est faible : l'alimentation impose la tension, $U = 5 \text{ V}$ quelle que soit I — c'est le **mode à tension constante**, branche verticale ;
- pour R petit, le courant demandé dépasserait la limite réglée : l'alimentation impose alors $I = 50 \text{ mA}$ et laisse U chuter — c'est le **mode à courant constant** (limitation), branche horizontale.

Le coude se situe en $R_c = U/I_{\max} = 5/0,050 = 100 \Omega$: au-dessus de 100Ω on est à tension constante, en dessous à courant constant. Les deux droites de charge demandées (par exemple $R = 200 \Omega$ et $R = 60 \Omega$) coupent chacune une branche différente, ce qui matérialise les deux régimes.

Une alimentation stabilisée n'est donc pas un générateur de Thévenin : sa caractéristique n'est pas une droite, et sa « résistance de sortie » vaut quasiment zéro dans un mode et quasiment l'infini dans l'autre.

III.3 Exercice de conclusion

Un générateur idéal de force électromotrice $E > 0$ est branché en série avec une résistance R et une diode Zener D dont la caractéristique courant-tension $I(U)$ est représentée ci-dessous.



11 Déterminer le point de fonctionnement du montage, c'est-à-dire l'intensité du courant et la tension aux bornes de la diode.

12 Même question lorsqu'on retourne la diode.

La maille donne, avec les orientations de la figure, $E = RI + U$, soit la **droite de charge**

$$I = \frac{E - U}{R}$$

C'est une droite de pente $-1/R$ passant par $(E, 0)$. Le point de fonctionnement est son intersection avec la caractéristique de la diode. La diode n'étant pas linéaire, on raisonne **par branche**.

11. La caractéristique de la diode comporte trois morceaux : la branche verticale en $U = U_1 > 0$ (diode passante dans le sens direct), le segment $I = 0$ pour $U_0 < U < U_1$ (diode bloquée), et la branche verticale en $U = U_0 < 0$ (claquage Zener).

- Si $E > U_1$: la droite de charge coupe la branche directe. La diode est **passante** et impose sa tension :

$$U = U_1 \quad \text{et} \quad I = \frac{E - U_1}{R} > 0$$

- Si $0 < E < U_1$: la droite de charge coupe le segment horizontal. La diode est **bloquée** :

$$I = 0 \quad \text{et} \quad U = E$$

La branche Zener n'est jamais atteinte, car elle demanderait $U < 0$ donc $I = (E - U)/R > E/R > 0$, incompatible avec $I < 0$.

12. Retourner la diode revient à remplacer sa caractéristique $I(U)$ par $-I(-U)$: les seuils deviennent $-U_1 < 0$ dans le sens direct et $-U_0 > 0$ en claquage. La droite de charge, elle, est inchangée. Comme $E > 0$:

- Si $E > -U_0$ (soit $E > |U_0|$) : la diode **claque** et impose

$$U = -U_0 = |U_0| \quad \text{et} \quad I = \frac{E + U_0}{R} = \frac{E - |U_0|}{R} > 0$$

- Si $0 < E < |U_0|$: la diode est **bloquée**, $I = 0$ et $U = E$.

C'est tout l'intérêt de la diode Zener : montée en inverse, elle impose à ses bornes une tension fixe $|U_0|$ dès que l'alimentation la dépasse, et absorbe l'excédent dans R . C'est le principe du **régulateur de tension** le plus simple qui soit — et, du point de vue de la partie I, un dipôle de résistance de sortie quasi nulle.