

## Limites et continuité

### I) Limite finie en un point

- Limite finie ou infinie en  $a$  d'une fonction à valeurs réelles ou complexes
- Unicité de la limite
- Si  $f$  définie en  $a$  admet une limite en  $a$ , cette limite est  $f(a)$
- Si  $f$  possède une limite finie en  $a$  elle est bornée au voisinage de  $a$
- Limite à gauche et à droite
- Caractérisation séquentielle

### II) Opérations sur les limites, théorèmes d'existence

- Opérations : combinaison linéaire, produit, quotient, composition
- Passage à la limite d'une inégalité large
- Existence d'une limite par encadrement, minoration, majoration
- Théorème de la limite monotone

### III) Continuité en un point

- Continuité à gauche, à droite, prolongement par continuité
- Caractérisation séquentielle
- Opérations : combinaison linéaire, produit, quotient, composition

### IV) Continuité sur un intervalle

- Théorème des valeurs intermédiaires
- Cas d'une fonction continue strictement monotone
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle
- *À partir de mardi* : théorème des bornes atteintes

## Limites et continuité

Démons. exigibles

- Unicité de la limite
- Si  $f$  possède une limite finie en  $a$ , elle est bornée au voisinage de  $a$
- Caractérisation séquentielle de la limite
- Théorème de la limite encadrée
- Théorème de la limite monotone en  $a$  dans le cas  $f$  croissante majorée sur  $[c, a[$ .
- Théorème des valeurs intermédiaires (preuve par dichotomie)

Ex. prép.

## Limites

- Déterminer les fonctions périodiques admettant une limite en  $+\infty$ .
- La fonction  $x \mapsto x \cos(x) - x^3 \sin(x)$  admet-elle une limite en  $+\infty$ ?