Semaine 19 du 4 au 8 mars 2024

Matrices

I) Opérations sur les matrices

- Addition, multiplication par un scalaire
- Produit matriciel, bilinéarité, associativité
- Matrices élémentaires, produit, symbole de Kronecker
- Transposée, transposée d'un produit
- Interprétation des opérations élémentaires en terme de produit matriciel

II) Systèmes linéaires

- Écriture matricielle AX=B
- Système compatible, structure de l'ensemble des solutions
- Algorithme du pivot

III) Anneau des matrices carrées

- Anneau non commutatif $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, matrice idendité I_n
- Matrices scalaires, symétriques, antisymétriques
- Formule du binôme
- Produit de matrices diagonales ou triangulaires
- Matrice inversible, groupe linéaire
- Inverse d'une transposée
- Calcul de l'inverse par opérations élémentaires ou par résolution du système AX=B
- Condition d'inversibilité d'une matrice triangulaire ; l'inverse est triangulaire
- Calculs de puissances de matrice

Démonstrations exigibles

Matrices

- Associativité du produit matriciel
- $(AB)^\intercal = B^\intercal A^\intercal$
- Si X_p est solution particulière d'un système compatible $AX = B$, l'ensemble des solutions de ce système est l'ensemble des matrices de la forme $X_p + Y$ avec Y solution du système homogène $AX = 0$
- Toute matrice carrée s'écrit de façon unique comme somme d'une matrice symétrique et d'une matrice antisymétrique
- Si A est inversible, $A^\intercal$ l'est aussi et $(A^\intercal)^{-1} = (A^{-1})^\intercal$

Ex. prép.

Matrices

- Montrer que $\mathcal{R} = \left\{ \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \;\middle|\; \theta \in \mathbb{R} \right\}$ est un groupe multiplicatif.