

Analyse asymptotique

I) Relations de comparaison

- Domination, négligeabilité, équivalence
- Croissances comparées
- Obtention d'un équivalent par encadrement
- Conservation du signe et de la limite par équivalence

II) Développements limités

- Unicité des coefficients, troncature
- Cas des fonctions paires ou impaires
- Lien avec la continuité et la dérivabilité
- Signe de f au voisinage de a
- Primitivation d'un développement limité
- Formule de Taylor-Young pour f de classe \mathcal{C}^n

III) Développements limités usuels, opérations

- Développements limités en 0 de \exp , ch , sh , \cos , \sin ,
 $x \mapsto \frac{1}{1 \pm x}$, $x \mapsto \ln(1 \pm x)$, $x \mapsto \operatorname{Arctan}(x)$, $x \mapsto (1 + x)^\alpha$
- Développement à l'ordre 3 en 0 de $x \mapsto \tan(x)$
- Combinaison linéaire, produit, quotient

IV) Application des développements limités

- Exemples de développement asymptotique
- Application à l'étude locale d'une fonction : limites, position relative d'une courbe et de sa tangente, asymptotes
- Condition nécessaire, condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local en un point intérieur
- Exemple de développement limité d'une fonction réciproque

Dém. exigibles

Développements limités

- Équivalence entre $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ et $f(x) = g(x) + o(g(x))$
- Unicité d'un développement limité
- Primitivation d'un développement limité
- Formule de Taylor-Young
- Démontrer l'un des développements limités usuels

Exercices préparés

Développements limités

- Déterminer un équivalent en 0 de $\frac{1+x^2}{\sin\left(\frac{1}{x}\right)} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$.
- Déterminer un développement limité à l'ordre 3 en 0 de $\frac{\operatorname{ch}(x)}{\cos(x)}$.
- Déterminer un développement limité à l'ordre 3 en 2 de $\frac{1}{x^3}$.