

## Inégalités et trigonométrie

## I) Inégalités

- Relation d'ordre sur  $\mathbb{R}$ , compatibilité avec les opérations
- Intervalles de  $\mathbb{R}$
- Valeur absolue, inégalité triangulaire
- Interprétation de  $|x - a| \leq b$
- Parties majorées, minorées
- Partie entière

## II) Trigonométrie

- Congruences, cercle trigonométrique
- Périodicité et parité de  $\cos$ ,  $\sin$  et  $\tan$ .
- Cosinus et sinus de  $\frac{\pi}{2} \pm x$  et  $\pi \pm x$ .
- Cosinus, sinus et tangente des angles usuels
- Formules d'addition et de duplication
- Expression de  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  en fonction de  $t = \tan \frac{\theta}{2}$
- Dérivée et représentation graphique de  $\cos$ ,  $\sin$  et  $\tan$ , inégalité  $|\sin x| \leq |x|$

## Fonctions d'une variable réelle

## I) Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition
- Somme, produit, composée
- Parité, imparité, périodicité
- Utilisation pour réduire le domaine d'étude

## II) Fonctions à valeurs réelles

- Représentation graphique
- Action sur le graphe de transformations du type  $x \mapsto f(x + a)$  ou  $x \mapsto f(ax)$
- Interprétation géométrique de la parité et la périodicité
- Monotonie, théorème de la bijection continue monotone (admis)
- Fonctions majorées, minorées, bornées
- $f$  bornée ssi  $|f|$  majorée

## III) Dérivation

- Définition par taux d'accroissement
- Interprétation géométrique
- Sans démonstration : dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée, d'une fonction réciproque
- Caractérisation des fonctions constantes et (strictement) (dé)croissantes parmi les fonctions dérivables sur un intervalle
- Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$  (seulement la définition)

## IV) Fonctions usuelles

- Fonctions circulaires réciproques Arcsin, Arccos, Arctan : dérivée, variations, représentation graphique
- $\text{Arccos } x + \text{Arcsin } x = \frac{\pi}{2}$
- $\text{Arctan } x + \text{Arctan}(1/x) = \pm \frac{\pi}{2}$ .
- Exponentielle (admis : unique solution de  $y' = y$  et  $y(0) = 1$ ) et logarithme népérien (défini comme sa réciproque).
- $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$
- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .
- $\exp(x) \leq 1 + x$  et  $\ln(1 + x) \leq x$

## Inégalités, trigonométrie

- $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x)$
- Formule de  $\cos(a + b)$  et  $\sin(a + b)$
- Expression de  $\cos \theta$  et de  $\sin \theta$  en fonction de  $t = \tan \frac{\theta}{2}$

## Fonctions d'une variable réelle

- Dérivées de Arccos, Arcsin et Arctan
- $\text{Arccos}(x) + \text{Arcsin}(x) = \frac{\pi}{2}$
- $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(1/x) = \pm \frac{\pi}{2}$
- $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$
- $\exp(x) \leq 1 + x$  et  $\ln(1 + x) \leq x$

Démonstrations exigibles

## Inégalités et trigonométrie.

- Résoudre  $\cos x = 1 + \sqrt{3} \sin x$ .
- Résoudre  $\tan(2x) > 1$ .

## Fonctions d'une variable réelle.

- Étudier la fonction définie par  $f(x) = \frac{\cos(x)}{\cos(2x)}$  : montrer que l'on peut se ramener à une étude sur  $[0, \frac{\pi}{2}] \cap D_f$ , dresser le tableau de variations sur ce domaine et représenter graphiquement la fonction.

Exercices préparés