

Inégalités et trigonométrie

I) Inégalités

- Relation d'ordre sur \mathbb{R} , compatibilité avec les opérations
- Intervalles de \mathbb{R}
- Valeur absolue, inégalité triangulaire
- Interprétation de $|x - a| \leq b$
- Parties majorées, minorées
- Borne supérieure ou inférieure, extremum
- Partie entière, approximation à 10^{-n} près

II) Trigonométrie

- Congruences, cercle trigonométrique
- Périodicité et parité de \cos , \sin et \tan .
- Cosinus et sinus de $\frac{\pi}{2} \pm x$ et $\pi \pm x$.
- Cosinus, sinus et tangente des angles usuels
- Formules d'addition et de duplication
- Expression de $\cos \theta$ et $\sin \theta$ en fonction de $t = \tan \frac{\theta}{2}$
- Dérivée et représentation graphique de \cos , \sin et \tan
- Inégalité $|\sin x| \leq |x|$

Nombres complexes

I) Ensemble des nombres complexes

- Partie réelle, imaginaire, opérations
- Plan complexe
- Conjugaison, image dans le plan complexe
- Module, $|z|^2 = z\bar{z}$
- Inégalité triangulaire, cas d'égalité

II) Nombres complexes de module 1

- Cercle trigonométrique
- Exponentielle d'un nombre imaginaire pur
- Formules d'Euler et de Moivre
- Forme trigonométrique d'un nombre complexe
- Transformation de $a \cos t + b \sin t$ en $A \cos(t - \Phi)$

III) Fonction exponentielle

- Exponentielle d'un nombre complexe
- Exponentielle d'une somme
- $\exp(z) = \exp(z')$ ssi $z \equiv z' [2i\pi]$
- Résolution de $\exp(z) = w$

Démonstrations exigibles

Inégalités, trigonométrie

- $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$
- Formule de $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$
- Expression de $\cos \theta$ et de $\sin \theta$ en fonction de $t = \tan \frac{\theta}{2}$
- Inégalité $|\sin x| \leq |x|$

Nombres complexes

- $z\bar{z} = |z|^2$
- Inégalité triangulaire (sans le cas d'égalité)
- Formules d'Euler et de Moivre

Exercices

Équations, inéquations, trigonométrie

- Résoudre $|x^2 + x - 3| = |x|$.
- Résoudre $\sin(x) + \cos(x) = \sqrt{\frac{3}{2}}$.
- Résoudre $\tan(2x) > 1$.

Nombres complexes

- Si z et z' sont deux nombres complexes, montrer

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2|z|^2 + 2|z'|^2$$

et en donner une interprétation géométrique.

- Représenter l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$.