Semaine 4 du 9 au 13 octobre 2023

Nombres complexes

I) Ensemble des nombres complexes

- Partie réelle, imaginaire, opérations
- Plan complexe
- Conjugaison, image dans le plan complexe
- Module, $|z|^2 = z\overline{z}$
- Inégalité triangulaire, cas d'égalité

II) Nombres complexes de module 1

- Cercle trigonométrique
- Exponentielle d'un nombre imaginaire pur
- Exponentielle d'une somme
- Formules d'Euler et de Moivre
- Forme trigonométrique d'un nombre complexe
- Transformation de $a\cos t + b\sin t$ en $A\cos(t - \Phi)$

III) Équations algébriques

- Factorisation d'une fonction polynomiale par $z - a$ si $P(a) = 0$
- Recherche de racines carrées sous forme algébrique
- Équations du second degré
- Somme et produit des racines
- Racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité et d'un nombre complexe non nul

IV) Fonction exponentielle

- Exponentielle d'un nombre complexe
- Exponentielle d'une somme
- $\exp(z) = \exp(z')$ ssi $z \equiv z'[2i\pi]$
- Résolution de $\exp(z) = w$

V) Interprétation géométrique des nombres complexes

- Cercles, médiatrices
- Interprétation du module et de l'argument de $\frac{c-a}{b-a}$

Fin du chapitre à partir de mardi :

- *Traduction de l'alignement et l'orthogonalité*
- *Similitudes directes*
- *Interprétation géométrique de la conjugaison*

Démonstrations exigibles

Nombres complexes

- $z\overline{z} = |z|^2$
- Inégalité triangulaire (sans le cas d'égalité)
- Formules d'Euler et de Moivre
- Relations coefficients-racines (en degré 2)
- Détermination des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité
- Résolution de $\exp(z) = w$

Exercices préparés

Nombres complexes

- Si z et z' sont deux nombres complexes, montrer

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2|z|^2 + 2|z'|^2$$

et en donner une interprétation géométrique.

- Résoudre $z^2 = 3 + 4i$.
- Représenter l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $z + \dfrac{1}{z} \in \mathbb{R}$.