

Déterminants

I) Groupe symétrique

II) Formes n -linéaires alternées

III) Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base

IV) Déterminant d'un endomorphisme

V) Déterminant d'une matrice carrée

VI) Applications

- Déterminant de Vandermonde
- Orientation d'un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel
- Équation d'un hyperplan

Dénombrement

I) Cardinal d'un ensemble fini

- Cardinal d'un ensemble fini, unicité
- Cardinal d'une partie $F \subset E$, cas d'égalité $|F| = |E|$
- Si $f : E \rightarrow F$ est injective, $|E| \leq |F|$
- Si $f : E \rightarrow F$ est surjective, $|E| \geq |F|$
- Si $|E| = |F|$, f injective ssi f surjective
- Opérations sur les cardinaux : union disjointe ou quelconque, différence, produit cartésien

II) Dénombrement

- Cardinal de $\mathcal{P}(E)$, de F^E
- Nombre de p -listes, d'arrangements
- Nombre de permutations de E
- Nombre d'applications injectives de E dans F
- Nombre de combinaisons
- Démonstration combinatoire des propriétés des coefficients binomiaux et de la formule du binôme

Démonstrations exigibles

Déterminants

- Calcul du déterminant de Vandermonde

Dénombrement

- $\text{Card}(A \sqcup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$
- $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$
- $\text{Card}(\mathcal{P}(E)) = 2^{\text{Card}(E)}$
- Nombre de p -arrangements d'un ensemble à n éléments
- Démonstration combinatoire de la formule de Pascal
- Démonstration combinatoire de la formule du binôme

Ex. prép.

Dénombrement

- Combien y a-t-il de permutations de S_5 admettant exactement 2 points fixes ?
- Combien existe-t-il de surjections d'un ensemble de cardinal n sur un ensemble de cardinal 2 ? Et d'un ensemble de cardinal $n + 1$ sur un ensemble de cardinal n ?