

## Calculs algébriques

## I) Sommes et produits

- Sommes et produits télescopiques
- Changement d'indice et regroupement de termes
- Expressions de  $\sum_{k=1}^n k$  et  $\sum_{k=1}^n k^2$
- Somme de termes de suites arithmétiques ou géométriques
- Sommes trigonométriques
- Sommes doubles, produit de sommes finies, sommes triangulaires

## II) Formule du binôme

- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Formule du binôme
- Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$
- Si  $P$  est une fonction polynomiale,  $P(a) = 0$  ssi il existe  $Q$  polynomiale telle que  $P(x) = (x - a)Q(x)$

## III) Résolution de systèmes linéaires par pivot de Gauss

- Opérations élémentaires de pivot  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$  et  $L_i \leftarrow \lambda L_i$
- Algorithme du pivot
- Application aux intersections de droites et de plan

## Dérivées, intégrales et primitives

## I) Dérivée d'une fonction à valeurs complexes

- Dérivée d'une fonction complexe
- $f$  est dérivable ssi  $\operatorname{Re}(f)$  et  $\operatorname{Im}(f)$  le sont
- Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient (résultats admis)
- Dérivée de la composée d'une fonction à valeurs réelles par une fonction à valeurs complexes (résultat admis)
- Dérivée de  $\exp \circ \Phi$  où  $\Phi$  est à valeurs complexes

## II) Intégrales et primitives

- Intégrale d'une fonction à valeurs réelles
- Intégrale d'une fonction à valeurs complexes :  $\int_a^b f = \int_a^b \operatorname{Re}(f) + i \int_a^b \operatorname{Im}(f)$
- Linéarité, relation de Chasles, inégalité triangulaire (résultats admis)
- Pour  $f$  à valeurs réelles : positivité, croissance (résultats admis)
- Primitive d'une fonction à valeurs complexes
- Sur un intervalle les primitives diffèrent d'une constante additive
- Théorème fondamental (admis) : si  $f$  est continue, alors  $x \mapsto \int_a^x f$  est la primitive de  $f$  s'annulant en  $a$ ; elle est de classe  $\mathcal{C}^1$
- Si  $F$  est une primitive de  $f$  on a  $\int_a^b f = F(b) - F(a)$

## III) Intégration par parties

## Calculs algébriques

- Expression de  $\sum_{k=1}^n k$ ,  $\sum_{k=1}^n k^2$  ou  $\sum_{k=0}^n u_0 q^n$
- $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  si  $0 \leq k \leq n$  par dénombrement du nombre de  $k$ -arrangements de  $\llbracket 1, n \rrbracket$
- Formule du triangle de Pascal
- Formule du binôme
- Factorisation de  $a^n - b^n$
- Application à  $P(a) = 0$  ssi  $P(x) = (x - a)Q(x)$

## Dérivation, intégrales et primitives

- Deux primitives d'une même fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante additive
- Formule d'intégration par parties

Démonstrations exigibles

## Calculs algébriques

- Calculer  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1)$ .
- Calculer  $\sum_{k=1}^n \cos(kx)$  et  $\sum_{k=1}^n \sin(kx)$
- Calculer  $\sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \binom{n}{2k}$  et  $\sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2 \rfloor} \binom{n}{2k+1}$

Ex. préparés