

**Nombres complexes****I) Ensemble des nombres complexes****II) Nombres complexes de module 1****III) Équations algébriques**

- Factorisation d'une fonction polynomiale par  $z - a$  si  $P(a) = 0$
- Recherche de racines carrées sous forme algébrique
- Équations du second degré
- Somme et produit des racines
- Racines  $n^{\text{ème}}$  de l'unité et d'un nombre complexe non nul

**IV) Interprétation géométrique des nombres complexes**

- Cercles, médiatrices
- Interprétation du module et de l'argument de  $\frac{c-a}{b-a}$
- Traduction de l'alignement et l'orthogonalité
- Similitudes directes
- Interprétation géométrique de la conjugaison

**V) Fonction exponentielle**

- Exponentielle d'un nombre complexe
- Exponentielle d'une somme
- $\exp(z) = \exp(z')$  ssi  $z \equiv z' [2i\pi]$
- Résolution de  $\exp(z) = w$

**Calculs algébriques****I) Sommes et produits**

- Changement d'indice
- Sommes et produits télescopiques
- Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$
- Regroupement de termes (notamment selon la parité de l'indice)

**II) Calculs de sommes**

- Expressions de  $\sum_{k=1}^n k$  et  $\sum_{k=1}^n k^2$
- Somme de termes de suites arithmétiques ou géométriques
- La somme des racines  $n^{\text{ème}}$  de l'unité est nulle
- Sommes trigonométriques  $\sum_k \cos(k\theta)$ ,  $\sum_k \sin(k\theta)$

**III) Formule du binôme**

- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Formule du binôme
- Utilisation de la formule de Moivre pour exprimer  $\cos(n\theta)$  et  $\sin(n\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$  et  $\sin(\theta)$ .

**Nombres complexes**

- Détermination des racines  $n^{\text{èmes}}$  de l'unité
- Décomposition d'une similitude directe en une translation ou la composée commutative d'une rotation et d'une homothétie de mêmes centres

**Calculs algébriques**

- Calcul de  $\sum_{k=0}^{n-1} (u_{k+1} - u_k)$  et factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$
- Expression de  $\sum_{k=1}^n k^2$
- Expression de  $\sum_{k=0}^n u_k$  pour une suite géométrique  $(u_k)_k$
- Formule du binôme

**Exercices****Calculs algébriques**

- Calculer  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1)$ .
- Calculer  $\sum_{k=1}^n \cos(kx)$  et  $\sum_{k=1}^n \sin(kx)$
- Montrer qu'il existe une fonction polynomiale  $T_n$  vérifiant :

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \quad \cos(n\theta) = T_n(\cos \theta)$$