

**Calculs algébriques****I) Sommes et produits**

- Changement d'indice
- Sommes et produits télescopiques
- Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$
- Regroupement de termes (notamment selon la parité de l'indice)

**II) Calculs de sommes**

- Expressions de  $\sum_{k=1}^n k$  et  $\sum_{k=1}^n k^2$
- Somme de termes de suites arithmétiques ou géométriques
- La somme des racines  $n^{\text{ème}}$  de l'unité est nulle
- Sommes trigonométriques  $\sum_k \cos(k\theta)$ ,  $\sum_k \sin(k\theta)$

**III) Formule du binôme**

- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Formule du binôme
- Utilisation de la formule de Moivre pour exprimer  $\cos(n\theta)$  et  $\sin(n\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$  et  $\sin(\theta)$ .

**IV) Sommes doubles**

- Produit de sommes finies, sommes triangulaires

**V) Résolution de systèmes linéaires par pivot de Gauss**

- Opérations élémentaires de pivot  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$  et  $L_i \leftarrow \lambda L_i$
- Algorithme du pivot

**Fonctions de variable réelle****I) Généralités sur les fonctions**

- Ensemble de définition; somme, produit, composée
- Représentation graphique dans le cas d'une fonction à valeurs réelles
- Action sur le graphe de transformations du type  $x \mapsto f(x + a)$  ou  $x \mapsto f(ax)$
- Parité, imparité, périodicité
- Monotonie
- Fonctions majorées, minorées, bornées
- $f$  bornée ssi  $|f|$  majorée

**II) Dérivation**

- Définition par taux d'accroissement
- Interprétation géométrique, tangente
- Dérivée d'une fonction à valeurs complexes (par parties réelle et imaginaire)
- Sans démonstration : dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée

**Calculs algébriques**

- Démonstrations exigibles**
- Calcul de  $\sum_{k=0}^{n-1} (u_{k+1} - u_k)$  et factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$
  - Expression de  $\sum_{k=1}^n k^2$
  - Expression de  $\sum_{k=0}^n u_k$  pour une suite géométrique  $(u_k)_k$
  - Formule du binôme
- Fonctions d'une variable réelle**
- $f$  est bornée ssi  $|f|$  est majorée

**Calculs algébriques**

- Exercices**
- Calculer  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1)$ .
  - Calculer  $\sum_{k=1}^n \cos(kx)$  et  $\sum_{k=1}^n \sin(kx)$
  - Montrer qu'il existe une fonction polynomiale  $T_n$  vérifiant :

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \quad \cos(n\theta) = T_n(\cos \theta)$$

- Calculer  $\sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \binom{n}{2k}$  et  $\sum_{k=0}^{\lfloor (n-1)/2 \rfloor} \binom{n}{2k+1}$