

Fonctions usuelles

I) Fonctions trigonométriques réciproques

II) Fonctions exponentielle, logarithme et puissance

III) Fonctions trigonométriques hyperboliques

Calcul intégral

I) Propriétés de l'intégrale

- Intégrale d'une fonction à valeurs réelles (admis)
- Intégrale d'une fonction à valeurs complexes : $\int_a^b f \stackrel{\text{déf}}{=} \int_a^b \operatorname{Re}(f) + i \int_a^b \operatorname{Im}(f)$
- Linéarité, relation de Chasles, inégalité triangulaire (résultats admis)
- Pour f à valeurs réelles : positivité, croissance (résultats admis)

II) Primitives

- Primitive d'une fonction à valeurs complexes
- Sur un intervalle les primitives diffèrent d'une constante additive
- Théorème fondamental (admis) : si f est continue, alors $x \mapsto \int_a^x f$ est la primitive de f s'annulant en a ; elle est de classe $\mathcal{C}^1$
- Si F est une primitive de f on a $\int_a^b f = F(b) - F(a)$

III) Intégration par parties et changement de variable

- Intégration par parties (fonctions de classe $\mathcal{C}^1$)
- Changement de variable (f continue et φ de classe $\mathcal{C}^1$)
- Application au calcul de primitives

IV) Recherche de primitives

- Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ avec $\lambda \in \mathbb{C}$; application aux fonctions $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ et $t \mapsto e^{ax} \sin(bx)$
- Primitives des fonctions logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques
- Primitives des fonctions $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ et $x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$

Dém. exigibles

Intégrales et primitives

- Si F_0 est une primitive de f sur un intervalle I , alors les primitives de f sont les fonctions de la forme $t \mapsto F_0(t) + C$ avec $C \in \mathbb{K}$
- Formule d'intégration par parties
- Formule de changement de variable

Exercices préparés

Intégrales et primitives

- Calculer l'aire du demi-disque de rayon $R > 0$:

$$\int_{-R}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx$$

- Déterminer une primitive de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ où a et b sont des réels non nuls