Semaine 9 du 24 au 28 novembre 2025

Ensembles, applications, relations

I) Ensembles

II) Application d'un ensemble dans un ensemble

III) Relation binaire sur un ensemble

- Relation d'équivalence, classes d'équivalence
- Les classes d'équivalence forment une partition
- La relation de congruence modulo a est une relation d'équivalence
- Relation d'ordre, ordre total, ordre partiel

IV) Relation d'ordre sur l'ensemble des nombres réels

- Approximations décimales d'un réel
- Borne supérieure, borne inférieure
- Droite achevée $\overline{\mathbb{R}}$
- Toute partie non vide majorée de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure (admis)
- Tout intervalle ouvert non vide rencontre $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
- X est un intervalle de $\mathbb{R}$ ssi $\forall\,(a,b) \in X^2,\ [a,b] \subset X$

Suites numériques

I) Généralités

- Modes de définition : explicite, implicite, par récurrence
- Suites réelles majorées, minorées, bornées, monotones, stationnaires
- Suites complexes bornées, stationnaires

II) Limite d'une suite réelle ou complexe

- Limite d'une suite, unicité
- Toute suite convergente est bornée

III) Résultats spécifiques aux suites réelles

- Passage à la limite d'une inégalité large
- Existence d'une limite par encadrement (limite finie), par minoration (limite $+\infty$), par majoration (limite $-\infty$)
- Théorème de la limite monotone
- Théorème des suites adjacentes

Démonstrations exigibles

Relations sur un ensemble

- Les classes d'équivalence pour une relation d'équivalence sur un ensemble E forment une partition de E
- La congruence modulo $a \in \mathbb{R}^*$ est une relation d'équivalence sur $\mathbb{R}$
- Si M est la borne supérieure d'une partie non vide majorée X de $\mathbb{R}$, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $x \in X$ tel que $M - \varepsilon < x \leqslant M$

Suites numériques

- Unicité de la limite (dans le cas de deux limites finies, ou bien d'une limite finie et de $+\infty$)
- Toute suite convergente est bornée
- Théorème de limite par encadrement
- Théorème de la limite monotone
- Toute suite croissante non majorée diverge vers $+\infty$
- Théorème des suites adjacentes

Ex. prép.

Relations binaire

- Montrer que la divisibilité est une relation d'ordre sur $\mathbb{N}^*$.

Suites numériques

- Montrer que toute suite convergente d'entiers est stationnaire.