

Polynômes et fractions rationnelles

V) Fractions rationnelles

- Corps $\mathbb{K}(X)$, forme irréductible
- Degré, partie entière, zéro, pôle, multiplicité
- Décomposition en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ ou $\mathbb{C}(X)$
- Si λ est pôle simple de $\frac{A(X)}{B(X)}$ sous forme irréductible, alors l'élément simple associé à ce pôle est $\frac{A(\lambda)/B'(\lambda)}{X-\lambda}$
- Décomposition en éléments simples de P'/P

Matrices

I) Opérations sur les matrices

- Addition, multiplication par un scalaire
- Produit matriciel, bilinéarité, associativité
- Matrices élémentaires, produit, symbole de Kronecker
- Transposée, transposée d'un produit

II) Systèmes linéaires

- Écriture matricielle $AX=B$
- Interprétation des opérations élémentaires de pivot en terme de produit matriciel
- Système compatible, structure de l'ensemble des solutions
- Algorithme du pivot

III) Anneau des matrices carrées

- Anneau non commutatif $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, matrice identité I_n
- Matrices scalaires, symétriques, antisymétriques
- Formule du binôme
- Produit de matrices diagonales ou triangulaires
- Matrice inversible, groupe linéaire

À partir de mardi :

- Inverse d'une transposée
- Calcul de l'inverse par opérations élémentaires ou par résolution du système $AX=B$
- Condition d'inversibilité d'une matrice triangulaire ; l'inverse est triangulaire
- Calculs de puissances de matrice

Fractions rationnelles

- Montrer que la partie polaire associée à un pôle simple α de la fraction $\frac{A(X)}{B(X)}$ est $\frac{A(\alpha)/B'(\alpha)}{X-\alpha}$

Matrices

- Associativité du produit matriciel
- $(AB)^T = B^T A^T$

Fractions rationnelles

- En utilisant la décomposition en éléments simples de P'/P si $P = \prod_{\omega \in \mathbb{U}_n \setminus \{1\}} (X - \omega)$, calculer la somme

$$\sum_{\omega \in \mathbb{U}_n \setminus \{1\}} \frac{1}{1 - \omega}$$

Matrices (à partir de mardi)

- Montrer que $\mathcal{R} = \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \mid \theta \in \mathbb{R} \right\}$ est un groupe multiplicatif.